

Analisi numerica a Pavia

Dipartimento di Matematica
Università di Pavia



24 maggio 2018

Cos'è l'analisi numerica ?

??BC Gaussian elimination

1671 Newton's method

1795 Least-squares fitting

1814 Gauss quadrature

1855 Adams ODE formulas

1895 Runge–Kutta ODE formulas

1910 Finite differences for PDE

1943 Finite elements for PDE

1946 Splines

1947 Monte Carlo simulation

1947 Simplex algorithm

1952 Lanczos and CG iterations

1952 Stiff ODE solvers

1958 Orthogonal linear algebra

1959 Quasi-Newton iterations

1961 QR algorithm for eigenvalues

1965 Fast Fourier transform

1971 Spectral methods for PDE

1971 Radial basis functions

1973 Multigrid iterations

1974 Mixed Finite Elements

1976 Nonsymmetric Krylov iterations

1977 Preconditioned matrix iterations

1982 Wavelets

1984 Interior methods in optimization

1987 Fast multipole method

1991 Automatic differentiation

.....

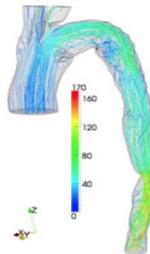
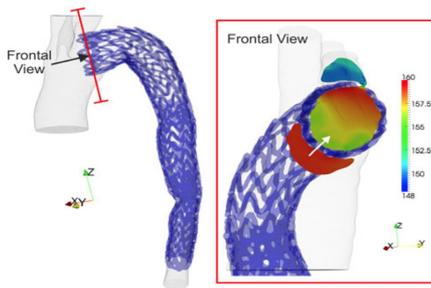
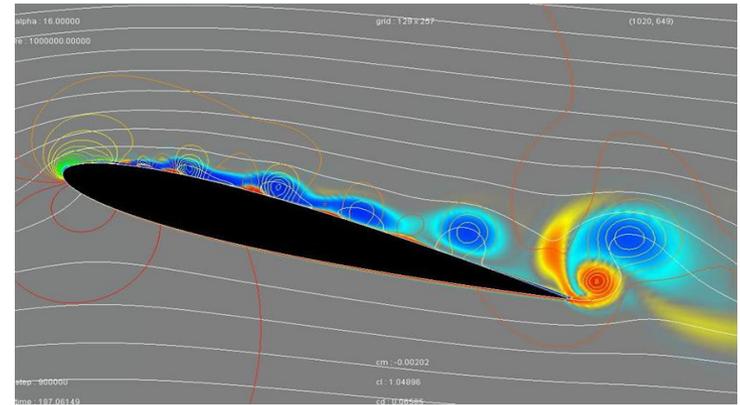
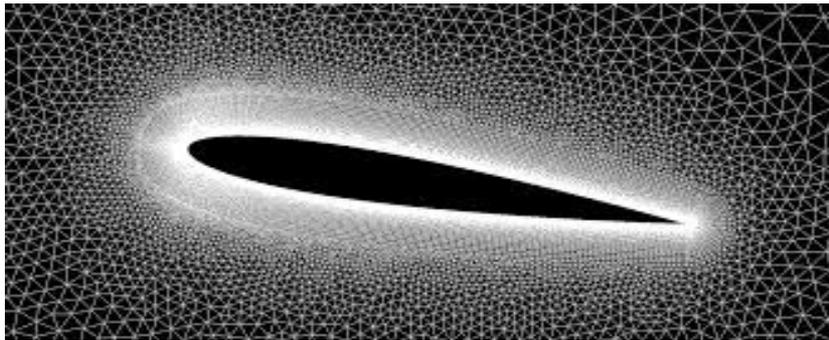
Cosa facciamo noi analisti numerici pavesi?

Studiamo metodi numerici per le eq. alle derivate parziali (EDP), ad esempio NS:

$$\begin{cases} \rho (\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) - \mu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} & \text{on } \Omega \times (0, T) \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{on } \Omega \times (0, T), \end{cases}$$

Cosa facciamo noi analisti numerici pavesi?

Studiamo metodi numerici per le eq. alle derivate parziali (EDP), ad esempio NS:



Offerta didattica alla LM

Elementi Finiti (9CFU):

- si studia la teoria e l'implementazione al computer del metodo degli elementi finiti (FEM) per la soluzione numerica delle EDP.
- docenti: Daniele Boffi e Giancarlo Sangalli
- prerequisiti: AN triennale, "Analisi Funzionale ed Equazioni Differenziali"
- II semestre

Metodi numerici avanzati per le EDP (6CFU):

- approfondimento del precedente, entrando nel vivo della ricerca
- docenti: Andrea Moiola e Giancarlo Sangalli
- prerequisiti: Elementi Finiti
- II semestre

Biomatematica (6CFU):

- si studiano metodi numerici per risolvere EDP che descrivono alcuni principali processi metabolici e bioelettrici sia nervosi che cardiaci.
- docente: Piero Colli Franzone
- I semestre

... un possibile piano di studi per la LM

-1 anno LM I sem: Analisi Funzionale + Biomatemática (oppure al II anno)

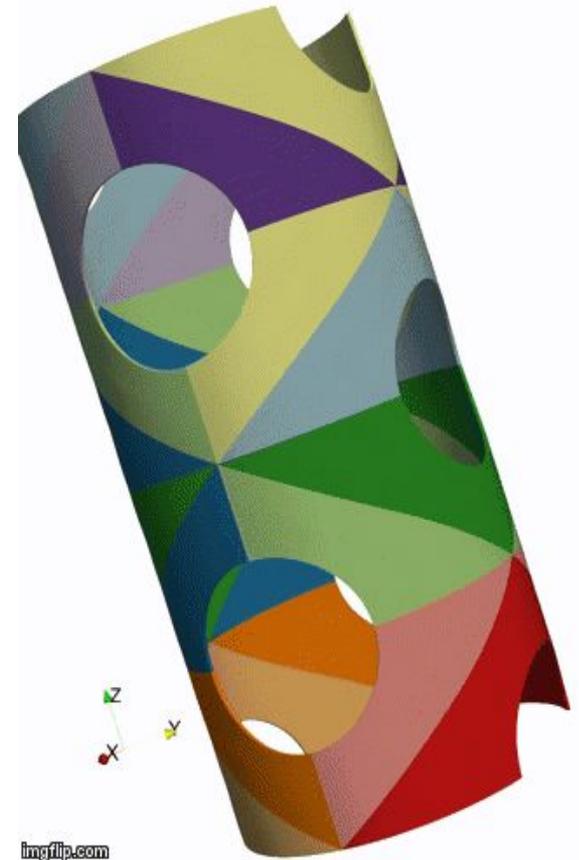
-1 anno LM II sem: Analisi Funzionale ed Equazioni differenziali + Elementi Finiti

-2 anno LM I sem: Biomatemática (oppure al I anno)

-2 anno LM II sem: Metodi numerici avanzati per EDP

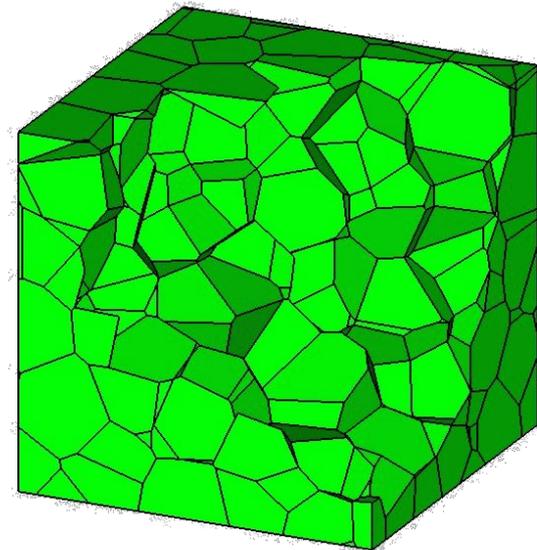
Analisi isogeometrica

- Il software CAD, usato nell'industria per la modellazione geometrica, descrive il dominio fisico per mezzo di funzioni NURBS e l'interfaccia tra l'output del CAD e gli schemi numerici richiede tecniche di approssimazione che sono costose
- l'analisi isogeometrica è un metodo elementi finiti che utilizza NURBS per risolvere PDE
- i vantaggi vanno ben oltre una maggiore integrazione col CAD: NURBS sono funzioni molto regolari e questo apre nuove strade... in particolar modo quando l'accuratezza è essenziale per la rappresentazione della geometria e della soluzione
- Obiettivi della ricerca pavese:
 1. Teoria matematica e sviluppo della analisi isogeometrica
 2. Implementazione e applicazioni industriali



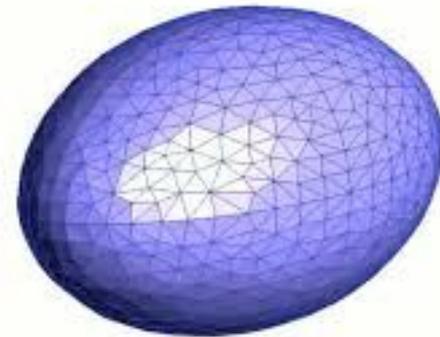
Elementi finiti virtuali (VEM)

- E' un metodo nato e sviluppato recentemente a Pavia, che sta ottenendo notevole attenzione da parte della comunità scientifica internazionale. Questo metodo può essere descritto schematicamente come una evoluzione del metodo degli elementi finiti che permette di usare decomposizioni del dominio computazionale in poligoni/poliedri di forma arbitraria, evitando in tal modo le restrizioni imposte alla mesh dal metodo degli elementi finiti.
- Efficace e robusto in applicazioni fra cui ad esempio problemi di elasticità lineare, problemi di flessione di piastre sottili, problemi di diffusione-trasporto-reazione, ma restano molti aspetti da analizzare.



Teoria del metodo elementi finiti

- l'approssimazione di problemi agli autovalori associati ad equazioni alle derivate parziali
- la simulazione di problemi di interazione fluido-struttura (Immersed boundary method e tecniche di tipo fictitious domain),
- l'analisi e l'implementazione di schemi agli elementi finiti adattativi (stime a posteriori e convergenza dello schema adattativo),
- proprietà di approssimazione degli spazi di elementi finiti su mesh distorte,
- applicazione degli elementi finiti a problemi di elettromagnetismo,
- il metodo degli elementi al bordo (BEM), l'equivalente del FEM per eq. integrali invece che per EDP,
- per tutti questi problemi l'approccio numerico si basa sull'analisi rigorosa degli schemi numerici (buona positura, stabilità, convergenza, ecc.) e sulla validazione numerica dei risultati teorici.

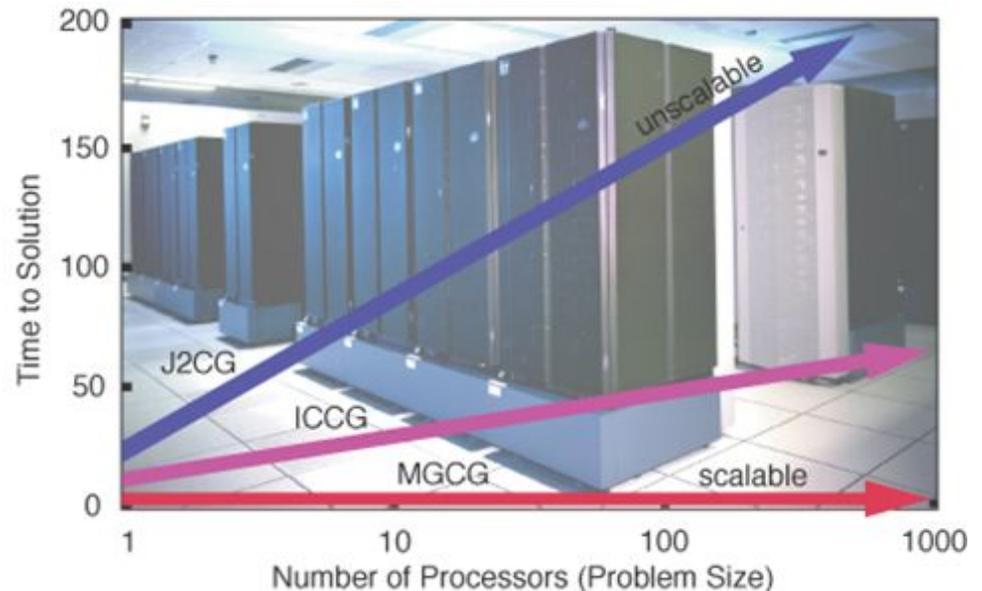
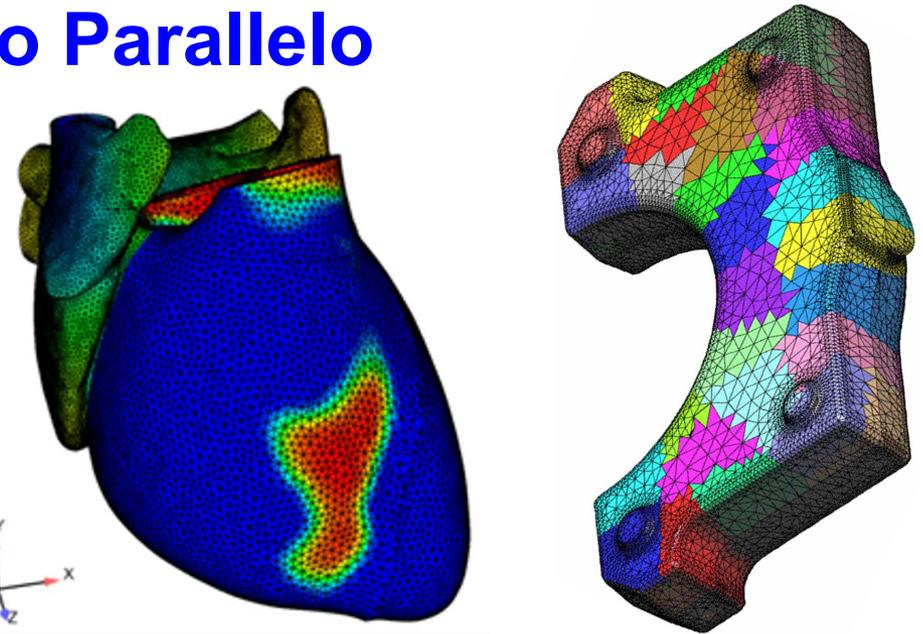


Metodi di Decomposizione di Domini (DD) e Calcolo Parallelo

- decomporre il dominio del problema (FEM, SEM, IGA) in sottodomini $\Omega = \cup \Omega_k$,

$\Omega_k \leftrightarrow$ processore P_k

- risolvere il problema discreto su ogni sottodominio Ω_k sul processore P_k (con dati al bordo opportuni e con un eventuale problema «rado» aggiuntivo)
- ricomporre le soluzioni locali in una soluzione globale approssimata
- iterare il procedimento fino a convergenza, usando un metodo di Krylov preconditionato (parallelo e scalabile)



In arrivo... un nuovo cluster

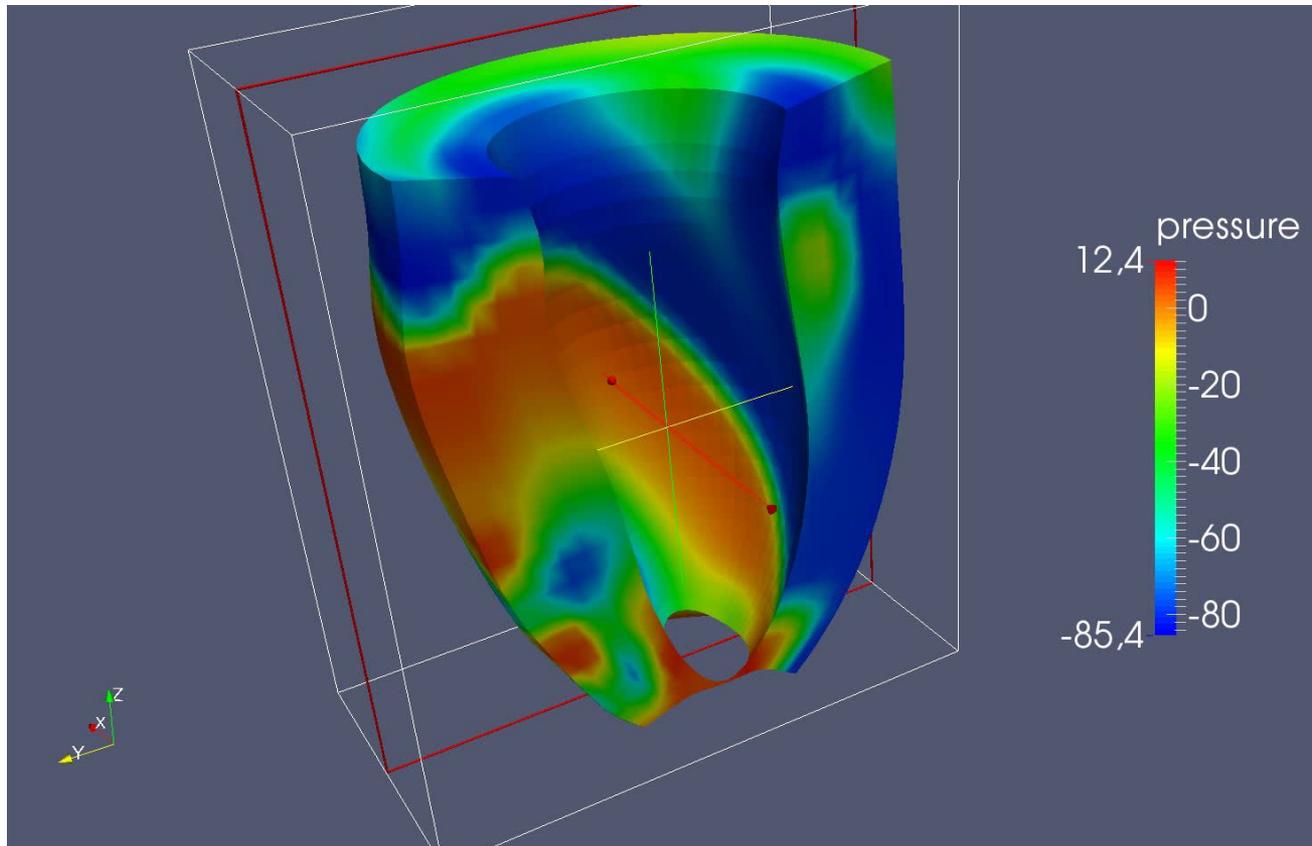
il Dipartimento di Matematica intende acquistare un cluster dal valore cofinanziato dal fondo “Dipartimenti di Eccellenza” (legge di bilancio 2017), con architettura ibrida:

- nodi HPC multicore con schede GPU (nodi Power con NVlink e GPU NVIDIA Tesla)
- nodi “fat” per Data Sciences (> 512 Gb RAM)
- switch veloce (InfiniBand) e storage parallelo.

Il Dipartimento ha accesso anche al più grande supercomputer italiano: Marconi del Cineca



Elettrocardiologia computazionale

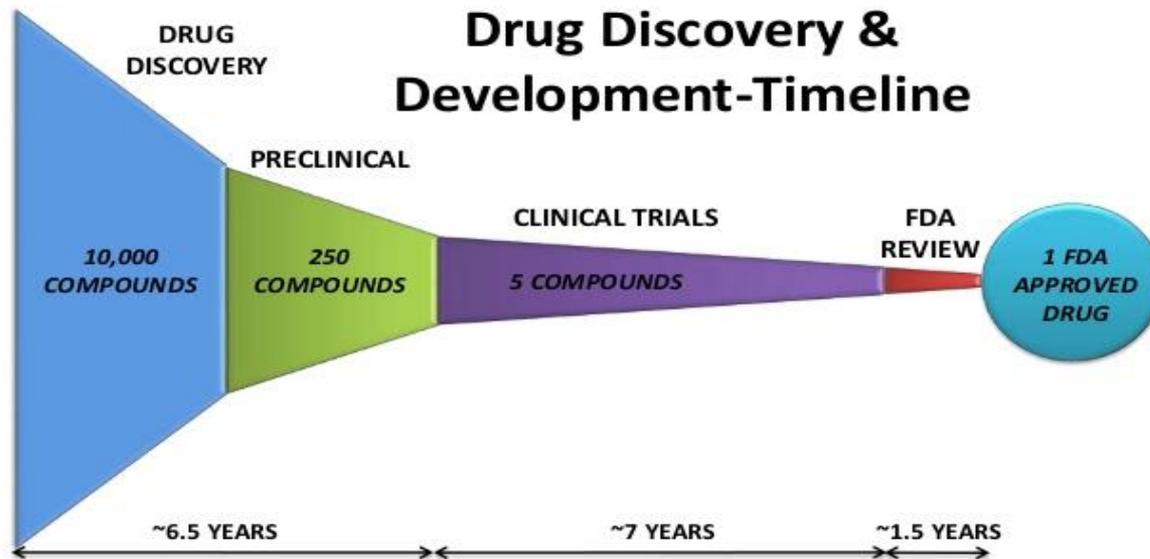


Eccitazione cardiaca e successivo rilassamento elettrico/meccanico.

La parte blu non è eccitata e la parte rossa è nello stato eccitato.

Il layer verde denota lo stato di cellule che si stanno eccitando.

Sviluppo di farmaci basato su modelli



Sviluppo di farmaci: processo complesso e costoso che richiede tempi molto lunghi

Model-based drug development: studio della *farmacocinetica (PK)* e *farmacodinamica (PD)*

Sviluppo di farmaci chemioterapici e modelli di crescita tumorale

Chi siamo ?

Docenti del Dipartimento di Matematica:

- Daniele Boffi (FEM, autovalori, FSI, adattività)
- Piero Colli Franzone (elettrocardiologia computazionale)
- Francesca Gardini (VEM)
- Raffaella Guglielmann (modelli di sistemi biomedici)
- Donatella Marini (VEM)
- Andrea Moiola (FEM e BEM per problemi di onde)
- Luca Pavarino (DD per calcolo parallelo)
- Ilaria Perugia (attualmente a Vienna, in congedo)
- Giancarlo Sangalli (analisi isogeometrica)

PostDoc presso il Dipartimento di Matematica:

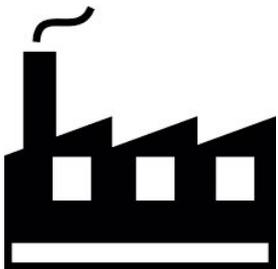
- Michal Bosy (analisi isogeometrica)
- Costy Kodsı (analisi isogeometrica)
- Zhongjie Lu (FEM eigensolvers)
- Mattia Tani (analisi isogeometrica)

-

Università, enti, ospedali, industrie con cui abbiamo collaborazioni in corso...



- IMATI-CNR
- Università MI
- EPFL Losanna (CH)
- ETH Zurigo (CH)
- Vienna (AU)
- JKU Linz (AU)
- UT Austin (USA)
- Rutgers (USA)
- Courant Institute (USA)
- Concepcion (Cile)
- Montpellier (Francia)
- UPC Barcellona (Spagna)
- Aalto, Helsinki (Finlandia)
- Oslo (Norvegia)
- Hamburg (Germany)
- UCL Londra (UK)
- Reading (UK)
- Bath (UK)



- Total
- Hutchinson
- Alenia



- Humanitas
- Medicina Parma
- Medicina Verona

...a presto ;)