Università di Pavia 2018/2019

Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA

ALGEBRA SUPERIORE

6 CFU, 48 ore

Docente

Gianpietro PIROLA

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi di Algebra 1, Algebra 2, Algebra lineare e Geometria 1.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone di fornire un'introduzione alla teoria algebrica dei numeri.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Numeri algebrici. Interi Algebrici, Campi di Numeri.
Anelli di Dedekind e divisori. Ideali frazionari e gruppo delle classi.
Rappresentazione geometrica dei numeri algebrici.
Teorema delle unità di Dirichlet. Teoria di Galois per campi di numeri. Valutazioni, Campi Locali.
Introduzione alla teoria di Minkowski e al teorema di Riemann Roch.

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

-Jurgen Neukirch. Algebraic Number Theory, Grundlehren der mathematischen Wissenschaffen (322) Springer (1999).

-Serge Lang, Algebraic Number Theory, Graduate texts in mathematics Spinger (1986).
-Robert Ash . A Course in algebraic number theory, Dover Books In Mathematics (2010).
-Dispense fornite dal Docente .

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Orale

ALTRE INFORMAZIONI

Il corso mutua i suoi CFU dal corso di ISTITUZIONI DI ALGEBRA

ANALISI FUNZIONALE

9 CFU, 78 ore

Docente

Maria Giovanna MORA

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Calcolo differenziale ed integrale in più variabili. Teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue. Nozioni di base di algebra lineare.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso intende fornire gli strumenti necessari per la formulazione di problemi dell'Analisi Matematica in spazi di dimensione infinita. A questo scopo verranno presentati i fondamenti dell'Analisi funzionale, con particolare attenzione alla teoria degli spazi di Banach e di Hilbert.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Richiami su norme e prodotti scalari. Spazi normati. Operatori lineari e continui. Duale topologico. Spazi di Banach. Il teorema di Hahn-Banach: forme analitiche e forme geometriche, e loro conseguenze. Lemma di Baire. Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema dell'applicazione aperta, teorema del grafico chiuso e loro conseguenze. Topologia debole*, topologia debole e loro proprietà. Teorema di Banach-Alaoglu. Spazi riflessivi. Spazi separabili. Spazi L^p . Proprietà elementari. Riflessività e separabilità di L^p. Teorema di rappresentazione di Riesz. Approssimazione per convoluzione. Teorema di Ascoli-Arzelà. Teorema di Fréchet-Kolmogorov. Spazi di Hilbert. Proiezione su un convesso chiuso. Teorema di Riesz di rappresentazione del duale. Teorema di Lax-Milgram. Sistemi ortonormali completi. Operatori compatti. Operatore aggiunto di un operatore limitato. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Spettro di un operatore compatto. Decomposizione spettrale di un operatore compatto e autoaggiunto. Operatori di tipo integrale. Applicazione al problema di Sturm-Liouville.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni

TESTI DI RIFERIMENTO

H. Brézis: Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer, 2011.

W. Rudin: Real and complex Analysis. McGraw-Hill, 1987.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame scritto e orale

ANALISI FUNZIONALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI

6 CFU, 56 ore

Docente

Matteo NEGRI

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Proprietà di base degli spazi di Banach (duali e topologie deboli) e degli spazi L^p .

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Conoscenza di base della Teoria delle Distrubuzioni, degli Spazi di Sobolev e delle Equazioni Ellittiche.

PROGRAMMA E CONTENUTI

SPAZI FUNZIONALI. Spazi duali e teoremi di rappresentazione di Riesz. Misure di Radon finite e localmente finite. Topologia limite induttivo. Convergenza e compattezza debole.

DISTRIBUZIONI. Definizione di distribuzione e topologia. Immersioni e convergenza sequenziale.

Derivazione. Traslazione e rapporti incrementali. Ordine di una distribuzione. Lo spazio M delle misure di Radon. Supporto e distribuzioni a supporto compatto. Lo spazio E'. Convoluzione. Soluzioni fondamentali del Laplaciano in R^n .

SPAZI DI SOBOLEV. Definizione, norme e prodotti scalari, separabilità e riflessività. Teorema di Friedrichs. Chain rule e troncamento. Caratterizzazione per traslazione. Prolungamento per riflessione. Teorema di Meyers-Serrin. Immersioni continue. Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg. Teorema di Morrey. Funzioni Lipschitziane ed assolutamente continue. Proprietà elementari dello spazio BV. Immersioni compatte. Spazi duali ed H^{-1}. Disuguaglianza di Poincaré e Poincaré-Wirtinger. Tracce in L^p . Formule di Green. Cenni sugli spazi frazionari.

EQUAZIONI ELLITTICHE. Teorema di Lax-Milgram. Laplaciano con condizioni di Dirichlet omogenee e non-omogenee per operatori a coefficienti limitati. Lo spazio L^2 (div) e i problemi di Neumann. Problemi misti. Regolarità H^2 per il problema di Dirichlet (traslazioni di Niremberg). Principio di massimo (troncature di Stampacchia). Autovalori del Laplaciano. Elasticità lineare.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali.

TESTI DI RIFERIMENTO

H. Brezis: "Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations". Springer, New York, 2011.
L.C. Evans: "Partial Differential Equations", Americal Mathematical Society, Providence, 1998.
G. Leoni: "A First Course in Sobolev Spaces". Americal Mathematical Society, Providence, 2009.
F. Treves: "Topological Vector Spaces, Distributions and Kernels". Academic Press, New York, 1967

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale.

BIOMATEMATICA

6 CFU, 56 ore

Docente

Piero COLLI FRANZONE

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I corsi di matematica della laurea triennale. Il corso di Sistemi dinamici: teoria e metodi numerici

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

L'insegnamento si propone di introdurre lo studente alla modellazione matematica e alla simulazione di alcuni principali processi metabolici e bioelettrici sia nervosi che cardiaci. Lo studente acquisirà la capacità di procedere alla formulazione di modelli bio-fisiologici complessi. Obiettivo del corso è di fornire gli strumenti concettuali e metodologici di tipo sia analitico che numerico in modo che lo studente acquisisca le competenze necessarie per affrontare l'analisi qualitativa e quantitativa di modelli complessi e l'interpretazione dei risultati della loro simulazione numerica.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Il corso si propone di introdurre lo studente ad alcune problematiche relative alla modellizzazione matematica e simulazione di fenomeni fisiologoci (elettrofisiologia cellulare, fenomeni di reazione-diffusione, processi bioelettrici nervosi e cardiaci) fornendo gli strumenti concettuali e metodologici sia analitici che numerici. Modelli della fisiologia cellulare: Reazioni biochimiche, cinetica enzimatica, legge di Michaelis-Menten, approssimazione quasi-stazionaria, fenomeni cooperativi, effetti di attivazione, inibizione e di autocatalisi. Elettrofisiologia cellulare:

Membrana cellulare: diffusione e trasporto attivo.

• Potenziale transmembranario, elettrodiffusione, potenziale di equilibrio di Nernst

• Dinamica delle correnti ioniche di membrana, modelli di canali ionici a subunità multiple, formalismo di Hodgkin-Huxley.

• Modelli con due variabili: analisi qualitativa: effetto soglia, eccitabilità e cicli limite.

• Modelli con due variabili: analisi qualitativa: effetto soglia, eccitabilità e cicli limite.

• Modello di FitzHugh-Nagumo.

• Modello di Hodgkin-Huxley per la descizione del potenziale d'azione .

• Modello di Morris-Lecar.

• Utilizzo di XPPAUT per il tracciamento dei diagrammi di biforcazione: modello FHN, modello di Morris-Lecar, modelli di tipo attivatore-inibitori e di tipo biochimico.

• Modello di Hodgkin-Huxley: effetto threshold, effetto di refrattarità.

• Diagramma di biforcazione del Modello di Hodgklin-Huxley.

Introduzione ai sistemi di reazione-diffusione

Leggi di bilancio, equazione di diffusione. Termini reattivi,chemotattici e di trasporto. Condizioni iniziali ed al contorno. Cenni sull' approssimazione numerica di problemi di evoluzione. Introduzione alla propagazione in mezzi eccitabili. Modello del cavo eccitabile: bidominio e monodominio. Accoppiamento cellulare: omogeneizzazione di un assemblaggio di cellule. Equazioni bistabili e soluzioni di tipo traveling wave Modelli matematici in elettrocardiologia

Modello macroscopico del tessuto cardiaco: mezzo eccitabile anisotropo con rapporti di anisotropia diversi per il mezzo intra ed extracellulare. Modello bidominio anisotropo per l'attivita` bioelettrica cardiaca.
• Stimolazione catodica e anodica del tessuto cardiaco: elettrodi di polarizzazione virtuale.

• Origine dell' eccitazione e formazione e struttura dei fronte di eccitazione cardiaca.

• Caratteristiche della sua propagazione e modello del moto del fronte di eccitazione.

• Struttura macroscopica delle sorgenti cardiache.

• Struttura del campo di potenziale extracellulare ed extracardiaco.

• Morfologia degli elettrogrammi e elettrocardiogrammi.

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

F. Britton. Essential Mathematical Biology.. Springer-Verlag, Heidelberg, 2003.

J.P. Keneer, J. Sneyd. Mathematical Physiology I: Cellular Physiology. Springer-Verlag, New York, 2009.
J.P. Keneer, J. Sneyd. Mathematical Physiology II: System Physiology. Springer-Verlag, New York, 2009.
Cabo C., Rosenbaum D. S.. Quantitative Cardiac Elctrophysiology. Marcel Dekker, Inc., newYork, 2002.

Part one, chapters: 1,2,3,6.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Commento e discussione dei risultati delle esercitazioni di laboratorio. e prova orale sugli argomenti del programma dettagliato del corso.

ALTRE INFORMAZIONI

Il corso è mutuato dal corso omonimo attivato presso la Facoltà di Ingegneria

CALCOLO DELLE VARIAZIONI

6 CFU, 48 ore

Docenti

Filippo SANTAMBROGIO, 3 CFU

Antonio SEGATTI, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Conoscenze di base di analisi funzionale e di teoria della misura. In ogni caso, le principali definizioni e i risultati utilizzati saranno comunque richiamati durante il corso.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso intende fornire un'introduzione al Calcolo delle Variazioni

PROGRAMMA E CONTENUTI

Il corso affronterà i seguenti argomenti:

1) Calcolo delle variazioni in una dimensione:

Geodetiche, brachistocrone, crescita economica, esempi di modelli meccanici. Tecniche per dimostrare l'esistenza o la non esistenza delle soluzioni. Equazioni di Eulero-Lagrange e condizioni al bordo.

2) Convessità e semicontinuità inferiore:

Convessità e condizioni sufficienti, stretta convessità e unicità. Funzionali semicontinui inferiormente: convergenze forti e deboli. Funzionali integrali.

3) Dualità convessa e problemi di flusso minimo:

Principali proprietà e tecniche di calcolo delle funzioni convesse, trasformata di Legendre, sottodifferenziale. Dualità.
4) Regolarità e dualità

Il caso dell'equazione di Laplace, problemi degeneri.

5) Funzioni armoniche, quasi-minimi e tecniche di confronto.

Proprietà delle funzioni armoniche. Caratterizzazione dei quasi-minimi e esempi di funzionali i cui minimizzanti sono quasi minimi del funzionale di Dirichlet. Spazi di Campanato e regolarità Hölderiana.
6) Infinito-Laplaciano

Estensioni Lipschitziane. Estensioni minime e soluzioni di viscosità. Approssimazione mediante p-

Laplaciano. Unicità.

7) Il problema isoperimetrico, problemi di ottimizzazione di forma e lo spazio BV

Il problema isoperimetrico e la sua storia. Disuguaglianza isoperimetrica e serie di Fourier. Misure, derivate distribuzionali e spazio BV. Esistenza di minimi per il funzionale perimetro in un rettangolo. Problemi di ottimizzazione di forma, quozienti di Rayleigh.

8) Gamma convergenza:

Nozioni generali di Gamma-convergenza; il caso degli spazi metrici e dei funzionali quadratici. Il comportamento asintotico del problema di ottima allocazione. Gamma-convergenza del funzionale di Modica-Mortola e l'approssimazione del funzionale perimetro.

METODI DIDATTICI

Lezioni in aula

TESTI DI RIFERIMENTO

G. Buttazzo, M. Giaquinta, S. Hildebrandt: “One-dimensional Variational Problems, an Introduction”. Oxford University Press, 1998

E. Giusti: “Direct Methods in the Calculus of Variations”. World Scientific 2003.

A. Braides: “Gamma-convergence for beginners”. Oxford University Press, 2002

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale

CURVE ALGEBRICHE E SUPERFICI DI RIEMANN

6 CFU, 48 ore

Docente

da definire

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Conoscenze di base di algebra, geometria differenziale e variabili complesse.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Acquisire dimestichezza con la teoria di base delle curve algebriche complesse e con alcune delle tecniche impiegate nel loro studio (fibrati, fasci e loro coomologia)

PROGRAMMA E CONTENUTI (indicativo)

Superfici di Riemann. Differenziali abeliani. Divisori e funzioni meromorfe. Curve algebriche e il teorema di Riemann-Roch. La Jacobiana di una curva. Il teorema di Abel. Fasci e coomologia dei fasci. Fasci algebrici. Fasci invertibili

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

Rick Miranda: “Algebraic Curves and Riemann Surfaces”, American Mathematical Society.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

9 CFU, 72 ore

Docente

Samuele ANTONINI

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Sono richieste le conoscenze e le competenze matematiche fornite dalla laurea triennale in matematica. Il corso è sconsigliato agli studenti della laurea triennale.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso propone l'analisi dei principali modelli di insegnamento/apprendimento della matematica e dei principali quadri teorici che forniscono riferimenti classici alla ricerca in didattica della matematica.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Modelli di insegnamento-apprendimento della matematica:

- il modello tradizionale della trasmissione della conoscenza
- il costruttivismo radicale
- il costruttivismo sociale
- la teoria delle situazioni didattiche.

Esame dei Programmi Ministeriali di matematica per la scuola Preuniversitaria.

Parallelamente, saranno approfondite le linee generali di alcune "teorie" che forniscono il quadro di riferimento classico alla ricerca in didattica della matematica e si esaminerà come alcune delle idee elaborate in queste teorie vengono applicate in specifici studi di didattica della matematica. Verranno trattati in particolare:

- gli studi sullo sviluppo cognitivo secondo Piaget
- gli studi di Fischbein sull’intuizione
- gli studi di Vygotskij e l'approccio storico-culturale.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali e dialogate, lavori di gruppo e discussioni. Per alcune lezioni sarà richiesto ai corsisti di leggere anticipatamente il materiale che verrà poi discusso durante le lezioni medesime. Il corso richiede una frequenza regolare.

TESTI DI RIFERIMENTO

- Articoli tratti da riviste e altri materiali di lavoro messi a disposizione dal docente.

- Documenti reperibili nel sito del Ministero della Pubblica Istruzione (indicati di volta in volta durante il corso e segnalati sul programma svolto e disponibile agli studenti a fine corso).

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prova orale. La prova consiste in un colloquio volto ad accertare le conoscenze degli argomenti trattati nel corso.

DIDATTICHE SPECIFICHE DELLA MATEMATICA

9 CFU, 84 ore

Docenti

Mirko MARACCI, 6 CFU

docente da designare, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Le lezioni sono in Italiano, ma molti dei testi di riferimento sono in inglese.

PREREQUISITI

Sono richieste le conoscenze e le competenze matematiche fornite dalla laurea triennale in matematica. Il corso e` sconsigliato agli studenti della laurea triennale.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone di far riflettere sui contenuti e le modalita` di insegnamento di alcuni temi usualmente affrontati nella scuola secondaria alla luce delle competenze acquisite nel corso di laurea triennale e degli specifici studi di didattica della matematica che verranno trattati nel corso.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Il corso affronta diverse tematiche didattiche legate all'insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola secondaria: sia tematiche specifiche relative a singoli ambiti all'interno della matematica (ad esempio algebra, geometria, analisi matematica), sia tematiche generali comuni ai diversi ambiti (l'uso delle tecnologie, la dimostrazione, il problem-solving). La scelta dei temi da sviluppare tiene conto sia della loro rilevanza nell'ambito della ricerca didattica, sia dell'importanza che essi assumono in base ai programmi ministeriali. Per ogni tema vengono effettuati richiami ed eventuali approfondimenti teorici, viene proposto lo studio degli aspetti nodali dal punto di vista didattico, e vengono esaminate alcune possibili trattazioni e alcune proposte didattiche sperimentali. Una parte delle lezioni è dedicata all'esame di alcuni software e del loro possibile utilizzo didattico.

METODI DIDATTICI

Il corso si articola in:

* lezioni interattive nelle quali verranno presentati e discussi studi di didattica della matematica inerenti diverse tematiche legate all'insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola secondaria. Le lezioni prevedono momenti di lavoro a gruppi e attività di problem-solving;

* attività di laboratorio in aula informatica durante le quali verranno analizzati il funzionamento e le potenzialità didattiche di alcuni software per l'insegnamento della matematica in relazione agli studi presentati durante le lezioni.

TESTI DI RIFERIMENTO

Articoli tratti da riviste (anche in inglese) e altri materiali di lavoro messi a disposizione nelle pagine web dei docenti.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Il raggiungimento degli obiettivi formativi verrà accertato tramite un esame orale volto a verificare la conoscenza dei contenuti trattati nel corso (compresa la conoscenza dei software esaminati), la capacità di rielaborazione autonoma di tali contenuti e la capacità di stabilire tra questi collegamenti e integrazioni.

ELEMENTI FINITI

9 CFU, 72 ore

Docenti

Daniele BOFFI, 3 CFU

Giancarlo SANGALLI, 6 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi di base di Analisi Matematica e di Analisi Numerica.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Studio teorico e numerico del metodo degli elementi finiti e di alcune sue applicazioni.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Il corso si propone di presentare uno studio teorico del metodo degli elementi finiti, di fornire esempi di sue applicazioni all'approssimazione numerica di equazioni alle derivate parziali legate a problemi di interesse applicativo ed infine di evidenziare i dettagli necessari all'implementazione. Dopo alcuni richiami di analisi funzionale, si introdurrà il metodo degli elementi finiti per un problema di pura diffusione (ellittico), presentandone sia l'analisi teorica di stabilità e d'errore. Si procederò quindi con lo studio di approssimazioni mediante elementi finiti di problemi in formulazione variazionale mista. Parallelamente, si approfondiranno gli aspetti implementativi del metodo degli elementi finiti in linguaggio MATLAB.

Programma esteso

Le lezioni teoriche riguarderanno i seguenti argomenti:

- richiami di Analisi Funzionale, con particolare riferimento agli spazi $W^{k,p}$, e alla formulazione variazionale primale di problemi ellittici.

- teoria dell'approssimazione in spazi di Sobolev: Lemma di Deny-Lions e Lemma di Bramble-Hilbert.
- interpolazione di Lagrange in n-simplessi ed errore di interpolazione in spazi di Sobolev.
- metodo di Galerkin per problemi ellittici e stima dell'errore: Lemma di Cea e tecniche di dualità.
- studio del metodo degli Elementi Finiti per problemi ellittici, con particolare riferimento al caso bidimensionale
- formulazione mista di problemi ellittici e sua discretizzazione di Galerkin: esistenza, unicità , stabilità della soluzione e stima dell'errore. Alcuni Elementi Finiti per il problema della diffusione del calore in forma mista
- il problema dell'elasticità e la sua discretizzazione mediante Elementi Finiti: il fenomeno del locking volumetrico e sue possibili cure.

Il laboratorio informatico avrà l'obiettivo di implementare il metodo degli elementi finiti in linguaggio MATLAB. In particolare si tratteranno i seguenti aspetti:

- struttura dati ed algoritmi per la triangolazione di una regione piana
- interpolazione e integrazione numerica di funzioni sulla triangolazione
- matrici locali e assemblaggio
- condizioni al bordo di tipo Dirichlet and Neumann
- metodo degli elementi finiti per il problema di Poisson in forma primale, con elementi P1
- implementazione dell'elemento RT
- metodo degli elementi finiti per il problema di Poisson in mista (problema di Darcy)

NB: Il programma effettivamente svolto potrà subire variazioni anche significative, a seconda degli interessi specifici dimostrati dagli Studenti per gli argomenti proposti.

METODI DIDATTICI

Lezioni ed esercitazioni, anche in laboratorio.

TESTI DI RIFERIMENTO

A. Quarteroni, A. Valli: "Numerical Approximation of Partial Differential Equations", Springer-Verlag, 1994.
D. Boffi, F. Brezzi, and M. Fortin. “Mixed finite element methods and applications”. Berlin: Springer, 2013.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale

FENOMENI DI DIFFUSIONE E TRASPORTO

9 CFU, 72 ore

Docenti

Fulvio BISI, 6 CFU
Francesco SALVARANI, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Nozioni di base di analisi matematica, algebra lineare, meccanica e analisi funzionale.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso fornisce uno studio matematico introduttivo di alcune notevoli equazioni alle derivate parziali di tipo evolutivo che descrivono fenomeni di trasporto e diffusione. Si evidenzieranno i legami tra le proprietà fisiche dei sistemi e le proprietà matematiche dei modelli corrispondenti, in particolare l'equazione di Boltzmann e il modello di materia soffice (continui).

PROGRAMMA E CONTENUTI

Introduzione alla modellizzazione cinetica di fenomeni di trasporto. Studio matematico e numerico di equazioni di trasporto lineare.

Introduzione alla meccanica dei continui e alla modellizzazione di fenomeni di diffusione.

Programma esteso

a) Equazioni di trasporto

Origine delle equazioni di trasporto e diffusione: il random walk, equazione del calore ed equazione del trasporto libero.

Il formalismo della teoria cinetica. Scaling di trasporto e di diffusione. Passaggio formale dal trasporto alla diffusione.

Fenomeni modellizzati con equazioni di trasporto. Cenni alle equazioni di Vlasov-Poisson ed alle equazioni di Vlasov-Maxwell.

L'equazione lineare del trasporto libero: il problema di Cauchy. Il metodo delle caratteristiche, stime.
Il problema ai limiti per l'equazione lineare del trasporto libero. Bordo entrante, uscente e caratteristico. Tempo di uscita retrogrado, regolarità. Principio del massimo per l'equazione del trasporto.
Equazione stazionaria del trasporto: teorema di esistenza ed unicità, principio del massimo.
Il problema di Cauchy per l'equazione di Boltzmann lineare. Esistenza ed unicità, stime e positività della soluzione.
Il problema ai limiti per l'equazione di Boltzmann lineare: condizioni di riflessione speculare, di riflessione diffusa e di accomodamento. Il lemma di Darrozes-Guiraud. Esistenza ed unicità della soluzione.
Il limite asintotico in tempo per l'equazione di Boltzmann lineare.

Il limite di diffusione per l'equazione di Boltzmann lineare. Scaling diffusivo e sviluppo di Hilbert.
Metodi alle differenze finite per equazioni di trasporto: schemi di Lax-Friedrichs ed upwind. Il metodo diamante.

b) Equazioni di diffusione

Introduzione alla meccanica dei continui. Formulazione lagrangiana ed euleriana. Deformazione e movimento. Equazioni di bilancio. Grandezze termodinamiche ed equazioni costitutive. Materiali classici: fluidi perfetti, incomprimibili, barotropici; fluidi perfetti ed equazioni di Eulero; fluidi newtoniani ed

equazioni di Navier Stokes. Unicità e stabilità per soluzioni di un problema di flusso viscoso.
Equazione del calore come paradigma della diffusione. Condizioni al bordo di Dirichlet, di Neumann, di Robin, miste. Unicità della soluzione con il metodo dell'energia. Principio del massimo minimo) debole e forte; corollari. Riscalamento parabolico. Soluzione fondamentale. Uso della soluzione fondamentale per il problema di Cauchy omogeneo e per il problema non omogeneo.

Equazione dei mezzi porosi (equazione non lineare del calore) (EMP) standard. Propagazione a velocità finita: soluzioni stazionarie, a variabili separabili, di tipo onde, soluzione fondamentale di Barenblatt. Fluido incomprimibile in mezzo poroso. Flusso di Stefan e diffusione alla Stefan-Maxwell; applicazioni.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali

TESTI DI RIFERIMENTO

L.C. Evans: "Partial Differential Equations", American Mathematical Society, Providence (RI), 1998.

R.T. Glassey: "The Cauchy problem in kinetic theory", Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1996.

C. Villani: "A review of mathematical topics in collisional kinetic theory". Handbook of mathematical fluid dynamics, Vol. I,71-305, North-Holland, Amsterdam, 2002.

M.E. Gurtin: "An Introduction to Continuum Mechanics", Academic Press (NY), 1981.

S. Salsa: Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory", Springer (Milan), 2009.

J. L. Vazquez: "The porous medium equation : mathematical theory" (XXII - Oxford mathematical monographs) Clarendon Press (Oxford), 2007.

Appunti dei docenti.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prova scritta, consistente in una dissertazione su alcuni degli argomenti trattati: definizioni, modelli, teoremi con dimostrazione, applicazioni. Per la valutazione finale può essere aggiunta una prova orale in cui si possono chiedere chiarimenti sui medesimi argomenti dello scritto, o la trattazione di argomenti aggiuntivi.

FINANZA MATEMATICA

6 CFU, 48 ore

Docente

Raffaella CARBONE

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi "Elementi di Probabilità " e "Probabilità"

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone di fornire alcune nozioni fondamentali sulle applicazioni della teoria della probabilita' e dei processi stocastici alla finanza.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Introduzione delle nozioni fondamentali di finanza matematica: mercati, opzioni, strategie, arbitraggio, valutazione e copertura di opzioni. Studio di alcune proprietà fondamentali per mercati discreti e per il modello di Black e Scholes.

Programma esteso

- Richiami di probabilità (in particolare valore atteso condizionato e martingale).
- Alcuni concetti fondamentali di finanza matematica: mercati, strategie, arbitraggio,...
- Mercati a tempo discreto: valutazione e copertura di opzioni europee.
- Moto browniano e calcolo stocastico.
- Mercati a tempo continuo: valutazione e copertura di opzioni europee nel modello di Black e Scholes.
- Problemi connessi ad opzioni non europee.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali di teoria e lezioni interattive in cui gli studenti saranno chiamati a risolvere alcuni problemi.

TESTI DI RIFERIMENTO

"Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance", D.Lamberton e B. Lapeyre, Chapman&Hall/CRC

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La prova d’esame è solo orale e verterà su argomenti trattati a lezione. Lo studente dovrà dimostrare di aver integrato le conoscenze acquisite e di aver così raggiunto gli obiettivi formativi del corso.

GEOMETRIA SUPERIORE

6 CFU, 48 ore

Docente

Francesco BONSANTE

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi di Algebra 1, Geometria 1 e 2, Algebra lineare, dei tre corsi di Analisi del primo biennio della laurea triennale. Il corso di Istituzioni di Geometria.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso intende fornire una panoramica su alcune degli aspetti principali di topologia e geometria differenziale.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Dualità di Poincaré. Sottovarietà e dualità. Formula di Künneth. Fibrati. Teorema di Leray-Hirsch.

Fibrati vettoriali reali e complessi. Isomorfismo di Thom. Teorema dell'intorno tubolare e rivisitazione della dualità. Classe di Eulero. Classe di Eulero del fibrato tangente.

Teoria dei fasci. Comologia di Čech. Fasci localmente costanti e fibrati piatti.

Classi di Chern. Classificazione dei fibrati vettoriali complessi. Classi di Pontrjagin. Connessioni, curvatura e polinomi invarianti. Rivisitazione delle classi di Chern.

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

Gian Pietro Pirola: dispense.

Frank Warner: "Foundations of differentiable manifolds and Lie groups". Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin.

Manfredo Perdigao Do Carmo: "Riemannian Geometry", Birkhaeuser.

Boothby, William M.: "An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry". Pure and Applied Mathematics, No. 63. Academic Press, New York-London, 1975.

Th. Broecker and K. Jaenich: "Introduction to differential topology".

Milnor, J.: "Morse theory". Annals of Mathematics Studies, No. 51 Princeton University Press, Princeton, N.J. 1963.

D. Huybrechts: "Complex geometry. An introduction". Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2005.

R. Bott, L.W. Tu "Differential forms in algebraic topology", Springer-Verlag, Berlin.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale.

ISTITUZIONI DI ALGEBRA

9 CFU, 72 ore

Docenti

Gianpietro PIROLA, 6 CFU

Alberto CANONACO, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi di Algebra 1, Algebra 2, Algebra lineare e Geometria 1.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone di fornire un'introduzione all'algebra commutativa e alla teoria algebrica dei numeri.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Algebra commutativa:

Moduli su un anello (commutativo) e operazioni sui moduli; prodotto tensoriale di moduli. Localizzazione di anelli e di moduli. Anelli e moduli artiniani e noetheriani; dimensione di Krull di un anello.

Dipendenza integrale. Spettro di un anello; insiemi algebrici affini, lemma di normalizzazione di Noether e teorema degli zeri di Hilbert.

Teoria dei numeri:

Numeri algebrici. Interi Algebrici, Campi di Numeri.

Anelli di Dedekind e divisori. Ideali frazionari e gruppo delle classi.

Rappresentazione geometrica dei numeri algebrici.

Teorema delle unità di Dirichlet. Teoria di Galois per campi di numeri. Valutazioni, Campi Locali.

Introduzione alla teoria di Minkowski e al teorema di Riemann-Roch.

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

Algebra commutativa:

M.F. Atiyah, I.G. MacDonald: "Introduzione all'algebra commutativa", Feltrinelli, 1981.

S. Bosch: "Algebraic Geometry and Commutative Algebra", Universitext, Springer, 2013.

I. Kaplanski: "Commutative Rings", University of Chicago Press, 1974.

H. Matsumura: "Commutative Ring Theory", Cambridge University Press, 1989.

Teoria dei numeri:

-Jurgen Neukirch: Algebraic Number Theory, Grundlehren der mathematischen Wissenschaffen (322) Springer (1999).

-Serge Lang: Algebraic Number Theory, Graduate texts in mathematics Spinger (1986).

-Robert Ash: A Course in algebraic number theory, Dover Books In Mathematics (2010).
-Dispense fornite dal Docente.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Orale

ISTITUZIONI DI GEOMETRIA

9 CFU, 72 ore

Docente

Francesco BONSANTE

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti dei corsi di Algebra 1, Geometria 1 e 2, Algebra lineare, dei tre corsi di Analisi del primo biennio della laurea triennale

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso intende fornire un'introduzione ai concetti e ai metodi di base di topologia e geometria differenziale

PROGRAMMA E CONTENUTI

In linea di massima il programma coprirà i seguenti temi:

Prima Parte:

Varietà differenziabili: spazio tangente e cotangente, campi vettoriali e forme differenziali. Sottovarietà. Distribuzioni di piani, teorema di Frobenius.

Elementi di topologia differenziale: lemma di Sard, formula di Stokes,

Coomologia di de Rham.

Seconda parte:

Dualità di Poincaré. Sottovarietà e dualità. Formula di Künneth. Fibrati. Teorema di Leray-Hirsch.

Fibrati vettoriali reali e complessi. Isomorfismo di Thom. Teorema dell'intorno tubolare e rivisitazione della dualità. Classe di Eulero. Classe di Eulero del fibrato tangente.

Teoria dei fasci. Comologia di Čech. Fasci localmente costanti e fibrati piatti.

Classi di Chern. Classificazione dei fibrati vettoriali complessi. Classi di Pontrjagin. Connessioni, curvatura e polinomi invarianti. Rivisitazione delle classi di Chern.

METODI DIDATTICI

Lezioni

TESTI DI RIFERIMENTO

Gian Pietro Pirola: dispense.

Frank Warner: "Foundations of differentiable manifolds and Lie groups". Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin.

Manfredo Perdigao Do Carmo: "Riemannian Geometry", Birkhäuser.

Boothby, William M.: "An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry". Pure and

Applied Mathematics, No. 63. Academic Press, New York-London, 1975.

Th. Broecker and K. Jaenich: "Introduction to differential topology".

Milnor, J.: "Morse theory". Annals of Mathematics Studies, No. 51 Princeton University Press, Princeton, N.J. 1963.

D. Huybrechts: "Complex geometry. An introduction". Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2005.

R. Bott, L.W. Tu “Differential forms in algebraic topology”, Springer-Verlag, Berlin

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

6 CFU, 48 ore

Docente

Mirko MARACCI

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Sono richieste le conoscenze di base fornite dalla laurea triennale in matematica.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone lo studio di temi tratti da diversi ambiti della matematica (aritmetica, geometria, probabilità e analisi) scelti per il loro interesse culturale e le loro possibili connessioni con i temi oggetto di insegnamento nella scuola. L'obiettivo è quello di fornire, più in generale, strumenti per una riflessione critica su temi di matematica anche in una prospettiva didattica.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Sistemi di numerazione.
Trasformazioni geometriche del piano e dello spazio.
Diversi approcci alla probabilità: classico, frequentista e soggettivo.
Introduzione a numeri iperreali e analisi non-standard.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali, lezioni dialogate, attività di problem solving.

TESTI DI RIFERIMENTO

Capelo, A.-C.; Ferrari, M. e Padovan, G. I sistemi di numerazione. CNR Quaderno n.7, Pavia, 1990.
Dedò, M. Trasformazioni geometriche. Decibel, Zanichelli, Bologna, 1996.
Materiale messo a disposizione dal docente.
Altre informazioni:
http://matematica.unipv.it/it/people/2243

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame scritto e orale .

METODI NUMERICI AVANZATI PER LE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

6 CFU, 48 ore

Docenti

Giancarlo SANGALLI, 3 CFU

Andrea MOIOLA, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Conoscenze di base di analisi numerica, analisi matematica, equazioni differenziali alle derivate parziali e del linguaggio Matlab. È preferibile aver seguito il corso di Elementi Finiti.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Il corso si propone di studiare in dettaglio alcuni metodi moderni per l'approssimazione numerica di equazioni alle derivate parziali di interesse per le applicazioni. I metodi considerati verranno analizzati da un punto di vista teorico ed implementati numericamente.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Si presenteranno alcune tecniche avanzate per la soluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali che estendono quanto presente nel programma del corso di Elementi Finiti. Ad esempio: metodo degli elementi al bordo (BEM), metodo isogeometrico, metodo degli elementi virtuali (VEM), metodo di Galerkin discontinuo, metodo immersed boundary (IBM), metodo di decomposizione dei domini (DD), problemi agli autovalori, metodo di Galerkin space-time, tecniche di precondizionamento.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in laboratorio informatico.

TESTI DI RIFERIMENTO

Appunti e note del docente. Articoli scientifici forniti dal docente.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale con discussione di elaborati Matlab.

OTTIMIZZAZIONE

6 CFU, 48 ore

Docenti

Giuseppe SAVARÉ, 3 CFU

Luca PAVARINO, 3 CFU

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Poiché questi argomenti sono di interesse generale e parte del patrimonio culturale delle scienze applicate, si cercherà di mantenere un livello accessibile agli studenti provenienti da vari corsi di laurea con formazione scientifica o economica, con un taglio interdisciplinare e orientato a mostrare gli aspetti più significativi dei problemi e delle metodologie coinvolte, dando una forte importanza all'apprendimento attraverso i laboratori guidati. La conoscenza delle principali tecniche di Analisi Matematica 1 e 2, Algebra lineare, e Programmazione è comunque importante per la comprensione delle metodologie presentate durante il corso.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Per poter risolvere problemi decisionali sempre più complessi posti da esigenze reali sono stati sviluppati modelli matematici, metodi analitici, e algoritmi via via più raffinati, ora studiati in vari settori dell'analisi, della matematica applicata e numerica e della ricerca operativa. Il corso intende offrire agli studenti una panoramica degli aspetti teorici e applicativi più semplici legati all'ottimizzazione, mostrando i principali risultati e offrendo la possibilità di applicare la teoria a problemi concreti.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Proprietà degli insiemi e delle funzioni convesse

Proiezione e separazione di insiemi convessi

Poliedri e programmazione lineare

Dualità e problemi di min-max

Ottimizzazione convessa

Metodi di Ottimizzazione, Ottimizzazione Vincolata, Programmazione Lineare, Quadratica

Uso del Toolbox Optimization di Matlab e/o Python

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in Laboratorio Informatico

TESTI DI RIFERIMENTO

D. Bertsimas and J. N. Tsitsiklis, Introduction to linear optimization, (1997)

Y. Nesterov, Introductory Lectures on Convex Optimization. A basic course, Klower Academic Publishers, 2004

J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal, Convex analysis and minimization algorithms. I-II, vol. 305, 306 of Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Springer, Berlin, 1993.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale con prova di laboratorio

PROBABILITÀ

9 CFU, 84 ore

Docente

Pietro RIGO

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Conoscenza dell'analisi matematica (elementi di teoria della misura e dell'integrazione, in particolare) svolta nel primo triennio

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Viene presentata la teoria kolmogoroviana delle probabilità, in vista del suo impiego nello studio dei processi stocastici.

PROGRAMMA E CONTENUTI

1.- Spazi di probabilità, indipendenza stocastica.

2.- Valore atteso, integrale, disuguaglianze notevoli, convergenza debole e convergenza forte.

3.- Trasformazioni di una distribuzione di probabilità.

4.- Leggi dei grandi numeri.

5.- Convergenza debole di misure di probabilità. Teorema centrale del limite.

6.- Speranza e probabilità condizionale.

7.- Martingale a parametro discreto.

Programma esteso

1.- Spazi di probabilità.

Viene trattata nel dettaglio la costruzione di spazi di probabilità mediante i classici teoremi di estensione di Kolmogorov e di Ionescu-Tulcea. In questa parte viene fatta un'analisi accurata del concetto di indipendenza stocastica.
2.- Valore atteso, integrale, disuguaglianze Tchebyshov, di Jensen, di Kolmogorov (massimale). Vengono inoltre presentate le definizioni di convergenza in probabilità e di convergenza uniforme in probabilità (equivalente a convergenza quasi certa, nel caso di misure di probabilità), studiandone i significati anche alla luce dei lemmi di Borel-Cantelli. Si esaminano le classiche leggi 0-1 di Kolmogorov e di Hewitt-Savage.
3.- Trasformazioni di una distribuzione di probabilità. Si studia in particola la funzione caratteristica (trasformata di Fourier-Stieltjes).

4.- Leggi dei grandi numeri: formulazione debole di Khinchin e formulazione forte di Etemadi.
5.- Il teorema centrale del limite del calcolo delle probabilità viene presentato con riferimento a schiere di numeri aleatori, nella versione di Lindeberg.

6.- Speranza condizionale: definizione in collegamento col teorema di Radon-Nikodym; definizione come proiezione (principio della regressione). Si esaminano le condizioni per l'esistenza di distribuzioni condizionali regolari e/o propie.

7.- Martingale a parametro discreto. Le applicazioni accennate nel programma breve riguardano: la dimostrazione di disuguaglianze massimali (Doob); il problema della rovina dei giocatori; estensioni dei lemmi di Borel-Cantelli; affinamenti di leggi forti dei grandi numeri; la dimostrazione del teorema di Radon-Nikodym e di qualche altro risultato classico dell'analisi reale.

METODI DIDATTICI

Lezioni di teoria e di avviamento alla risoluzione di problemi, tramite l'assegnazione di esercizi da svolgere a casa.

TESTI DI RIFERIMENTO

Oltre agli appunti manoscritti a cura del docente, si consiglia: Erhan Çinlar (2011) Probability and Stochastics. Springer.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prova orale accompagnata da verifiche sugli esercizi svolti a casa.

PROCESSI STOCASTICI

6 CFU, 48 ore

Docente

da definire

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I corsi di Probabilità e di Analisi Funzionale della Laurea Magistrale.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Questo corso è la naturale prosecuzione del corso di Probabilità della Laurea Magistrale. Gli obiettivi comprendono lo studio teorico dei processi stocastici come strumento matematico e l'applicazione di tale teoria. Alla fine del corso, lo studente dovrebbe essere in grado di svolgere semplici conti che coinvolgono i processi stocastici e dovrebbe saper tradurre alcuni problemi concreti nel linguaggio di questa teoria.

PROGRAMMA E CONTENUTI (indicativo)

1. Generalità sulla nozione di processo stocastico.

2. Processi Gaussiani.

3. Il moto Browniano e sue proprietà.

4. Teoria generale dei processi di Markov e di Lévy.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali (durante le quali verranno anche svolti esercizi).

TESTI DI RIFERIMENTO

1. E. Çinlar. Probability and Stochastics. Springer

2. J. Lamperti. Stochastic processes. Springer

3. P. Billingsley. Convergence of probability measures. Wiley

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale. Durante la prova verrà anche discussa la soluzione di un esercizio.

STORIA DELLA MATEMATICA

6 CFU, 48 ore

Docente

Riccardo ROSSO

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

Conoscenze di probabilità elementari.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

L'obiettivo del corso è di far conoscere lo sviluppo storico della teoria della probabilità.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Il programma del corso è: La preistoria della probabilità Problemi di calcolo combinatorio legati al gioco d'azzardo. Il problema della ripartizione della posta da Pacioli ad Huygens. Prime applicazioni del calcolo delle probabilità alla compilazione di tavole di mortalità e al calcolo delle rendite vitalizie. L'Ars Conjectandi di Jakob Bernoulli. Il teorema di Bernoulli-De Moivre. Il paradosso di S. Pietroburgo. La nascita della probabilità inversa: Bayes, Price e Laplace. La teoria degli errori. La critica dei fondamenti della probabilità. Le impostazioni del calcolo della probabilità: impostazione frequentista (von Mises), logicista (Keynes), soggettivista (De Finetti e Ramsey). L'approccio assiomatico al calcolo delle probabilità da Bohlmann a Kolmogorov.

METODI DIDATTICI

Lezioni in aula

TESTI DI RIFERIMENTO

I. Hacking "L'emergenza della probabilità" Il Saggiatore (1975).

A. Hald: "History of Probability and Statistics and their applications before 1750" Wiley (2003).

A. Hald: "A History of Mathematical Statistics From 1750 to 1930" Wiley (1998).

M.C. Galavotti: "Philosophical Introduction to Probability" CSLI (2005).

I. Dale: "A History of Inverse Probability. From Thomas Bayes to Karl Pearson" Springer (1999).

T.M. Porter: "The rise of statistical thinking 1820-1900" Princeton University Press (1986). S.M. Stigler: " The History of Statistics. The measurement of Uncertainty before 1900".

J. von Plato: "Creating modern probability" Cambridge University Press (1998).

Appunti disponibili presso il sito web del corso.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Esame orale. Lo studente espone un argomento a sua scelta tra quelli trattati a lezione ed indicati dal docente prima della fine del corso. Le altre domande sono scelte dal docente, sempre tra argomenti trattati a lezione

TEORIA DEI SISTEMI DINAMICI

6 CFU, 48 ore

Docente

Annalisa MARZUOLI

LINGUA INSEGNAMENTO

Italiano

PREREQUISITI

I contenuti di un corso di Meccanica Analitica (formalismo lagrangiano e hamiltoniano). La conoscenza delle nozioni di base di geometria differenziale è auspicabile.

OBIETTIVI FORMATIVI E RISULTATI DI APPRENDIMENTO

Scopo del corso è l'acquisizione di una solida preparazione nel campo della Meccanica Analitica avanzata. Gli argomenti trattati nell' ultima parte del corso potranno essere scelti e/o modificati secondo le preferenze degli studenti.

PROGRAMMA E CONTENUTI

Fondamenti geometrici della meccanica lagrangiana e hamiltoniana. Flusso hamiltoniano, teorema di Liouville, teorema di Poincaré. Struttura simplettica dello spazio delle fasi hamiltoniano; 1-forma di Poincaré-Cartan e forma simplettica. Trasformazioni canoniche e loro caratterizzazione. Struttura algebrica delle variabili dinamiche: parentesi di Poisson e legame con la derivata di Lie. Costanti del moto e proprietà di simmetria (teorema di Noether hamiltoniano). Equazioni di Hamilton-Jacobi; variabili azione-angolo nel caso unidimensionale e nel caso n-dimensionale separabile. Sistemi hamiltoniani completamente integrabili: teoremi di Liouville e di Arnol'd. Argomenti avanzati per l' ultima parte del corso (in alternativa): i) Teoria canonica delle perturbazioni e cenni al teorema KAM (Kolmogorov, Arnold, Moser); ii) Varietà di Poisson, metodo delle orbite coaggiunte e introduzione alla quantizzazione geometrica; iii) Metodi di topologia algebrica nello studio di sistemi dinamici discreti.

Programma esteso (dal Libro di testo)

Prerequisiti di geometria differenziale

(Cap. 1, § 1,2,3,4,5,7,8; solo definizioni in appendici A.1 e A.4)

Fondamenti geometrici della meccanica lagrangiana e hamiltoniana.

Flusso hamiltoniano, (teorema di Liouville), teorema di Poincaré.

(Cap. 8, § 3,5)

Struttura simplettica dello spazio delle fasi hamiltoniano; algebra di Lie delle matrici hamiltoniane, gruppo simplettico e relazioni; caratterizzazione campi vettoriali hamiltoniani.

(Cap. 10, § 1)

Trasformazioni canoniche e loro caratterizzazione; trasformazioni dipendenti dal tempo e flussi hamiltoniani; 1-forma di Poincaré-Cartan e richiamo su condizioni di Lie; funzioni generatrici, in particolare F2 (richiami)
(Cap. 10, § 2; 3 in parte; 4 richiami)

Struttura algebrica delle variabili dinamiche: parentesi di Poisson, legame con la derivata di Lie, flussi communtanti; teorema di Noether hamiltoniano

(Cap. 10, § 5; 6; 9; 10 cenni)

Equazioni di Hamilton-Jacobi (funzione principale e funzione caratteristica); esempio su spazio fasi topologicamente non banale; variabili azione-angolo nel caso unidimensionale; Hamilton-Jacobi n-dimensionale completamente separabile; costruzione variabili azione-angolo in quest' ultimo caso; sistemihamiltoniani completamente integrabili: teorema di Liouville e (cenno al) teorema di Arnol'd.

(Questo è l' ordine degli argomenti come trattato a lezione; sul testo i contenuti si trovano nel Cap. 11, § 1; 2; 3; 4; 5; 6, anche se alcune dimostrazioni sono diverse)

(*) Introduzione alle varietà di Poisson e Metodo delle Orbite: lezioni basate sul libro di M. Audin "Spinning

Tops" , Capitolo introduttivo (in parte) e Appendice 1. In alternativa a (*): Introduzione alla teoria canonica delle perturbazioni dal libro di testo, indicativamente Cap. 12, § 1, 4, 5, 6 (cenni)

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali

TESTI DI RIFERIMENTO

A. Fasano, S. Marmi "Meccanica Analitica", Bollati Boringhieri 2002

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prova orale mirata ad accertare l' assimilazione dei concetti di base e le loro interconnessioni