A.A. 2019/20

PROGRAMMA

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA
CODICE DEL CORSO: 501982 (DM 270)

A) Brevi richiami sui principi fondamentali della meccanica newtoniana e introduzione al formalismo lagrangiano

-Equazione fondamentale della dinamica (particella libera) posta nella forma di Lagrange.
-Classificazione dei vincoli (olonomi/ anolonomi; bilateri/ unilateri; lisci/ scabri; reonomi/ scleronomi).
-Gradi di libertà; coordinate lagrangiane, velocità generalizzate; spazio delle configurazioni; espressione dell' energia cinetica in termini di coordinate e velocità generalizzate.
-Spostamenti reali e spostamenti virtuali; equazioni che traducono la presenza di vincoli olonomi.
-Richiami su legge di gravitazione universale, campo della forza peso; oscillatore armonico, oscillatore smorzato, oscillatore forzato.
-Forze attive/reazioni vincolari, esempi.
-Primi esempi di sistemi vincolati (su curve e superfici lisce) e movimenti come mappe di immersione nello spazio delle configurazioni in termini di coordinate locali.
-Richiami sulla meccanica dei sistemi di particelle: centro di massa; forze esterne e forze interne; conseguenze del III principio della dinamica; teorema di Koenig per la decomposizione dell' energia cinetica.

B) IL FORMALISMO LAGRANGIANO
-Lavoro virtuale; vincoli a lavoro vituale nullo e vincoli ideali, esempi.
-Equilibrio per un sistema di particelle soggetto a vincoli bilateri: principio dei lavori virtuali; restrizione a vincoli olonomi; forze generalizzate e loro espressione nel caso di forze attive conservative.
-Dal principio dei lavori virtuali al principio di stazionarietà dell'energia potenziale.
-Principio di D'Alembert.
-Dal principio di D'Alembert alle equazioni di Eulero-Lagrange (in termini di energia cinetica e forze generalizzate).
-Ulteriori ipotesi per l'introduzione della Lagrangiana; equazioni di Lagrange nella forma standard e loro proprietà (in particolare: invarianza in forma delle equazioni rispetto a trasformazioni di coordinate generalizzate).

C) LEGGI DI CONSERVAZIONE E PROPRIETÀ DI SIMMETRIA
-Momento coniugato a una coordinata generalizzata; coordinate cicliche e conservazione del relativo momento coniugato.
-Hamiltoniana e condizioni per la sua conservazione; condizione affinché l'Hamiltoniana coincida con l'energia totale del sistema.

-Costanti del moto e proprietà di simmetria: definizione di trasformazione di invarianza per un sistema lagrangiano; punto di vista attivo e passivo nelle trasformazioni spaziali; invarianza per traslazioni e per trasformazioni galileiane; trasformazioni spaziali infinitesime di invarianza e associate costanti del moto (teorema di Noether in ambito lagrangiano) *[M G Calkin "Lagrangian and Hamiltonian Mechanics" World Scientific1996, Capitolo V].*
Esempi specifici: coordinata di traslazione e di rotazione nonché significato fisico dei rispettivi momenti coniugati; invarianza per traslazioni temporali e conservazione dell' hamiltoniana.

APPLICAZIONI: D) - H)

D) Moto in un campo centrale
Riduzione al moto piano; integrale primo dell' energia; conservazione del momento angolare e simmetria rotazionale; cenni all' analisi qualitativa.

E) Il problema dei due corpi e le leggi di Keplero
-Gradi di libertà, riduzione al problema equivalente a un corpo, potenziale efficace; analisi qualitativa del moto radiale utilizzando gli integrali primi; seconda legge di Keplero.
-Equazione differenziale dell' orbita e sua risoluzione: prima e terza legge di Keplero.
-Cenno alla soluzione generale delle equazioni del moto.
-Vettore di Laplace-Runge-Lenz
[Per approfondimenti consultare: A Fasano, S Marmi "Meccanica Analitica" Bollati Boringhieri 2002, Capitolo 5, paragrafi 1,2 e inizio del 4]

F) Cinematica e dinamica dei sistemi rigidi
-Definizione di corpo (sistema) rigido; gradi di libertà; terna solidale.
-Moti rigidi nello spazio euclideo tridimensionale e proprietà gruppali; asse di rotazione istantanea.
-Teorema di Eulero e teorema di Chasles.
-Rotazioni infinitesime e loro proprietà
-Spostamento (infinitesimo) di tipo rotatorio.
-Velocità angolare (moto con punto fisso e moto generico): ormula fondamentale della cinematica rigida
-Considerazioni sui gruppi di matrici O(3), SO(3); velocità angolare come pseudovettore.
-Espressione del momento angolare e dell'energia cinetica per un sistema rigido con punto fisso.
-Espressione del momento angolare e dell'energia cinetica per un sistema rigido libero.
-Tensore di inerzia: definizione e proprietà. Terne principali, esempi; teorema di Huygens; tensore d'inerzia per asta, disco, sfera.
-Angoli di Eulero.
-Moto di un corpo rigido con un punto fisso: equazioni di Eulero.
-Moto libero di un corpo rigido isolato (impostazione generale del problema: ellissoide d'inerzia e descrizione alla Poinsot).
-Trottola simmetrica pesante: equazioni di Lagrange, costanti del moto; cenno alla risoluzione**.**

G) Sistemi di riferimento non inerziali e dinamica relativa
-Dinamica relativa: brevi richiami nell' ambito della meccanica newtoniana. Trattazione lagrangiana delle forze apparenti.

H) Oscillazioni e modi normali
-Definizione di posizione di equilibrio stabile per un sistema olonomo e scleronomo a n gradi di libertà. Criterio per la stabilità.
-Linearizzazione delle equazioni di Lagrange: Lagrangiana approssimata ottenuta tramite sviluppo in serie di Taylor dell'energia cinetica e del potenziale. Equazione agli autovalori e frequenze libere di oscillazione.
-Modi normali: diagonalizzazione simultanea delle matrici dell'energia cinetica e del potenziale (caso di autovalori non degeneri); forma assunta dalle equazioni di Lagrange (oscillatori armonici disaccoppiati).

I) PRINCIPI VARIAZIONALI E FORMALISMO CANONICO
-Principio di Hamilton; traiettorie variate sincrone nello spazio delle configurazioni; deduzione delle equazioni di Lagrange dal principio di Hamilton.
-Formalismo canonico: spazio delle fasi; trasformata di Legendre e derivazione delle equazioni di Hamilton utilizzando le equazioni di Lagrange.
-Principio di Hamilton modificato (nello spazio delle fasi) e deduzione indipendente delle equazioni di Hamilton.
-Cambiamento di variabili nello spazio delle fasi: definizione di trasformazione canonica
-Caratterizzazione delle trasformazioni canoniche: il criterio di Lie. Funzioni generatrici dei vari tipi (in particolare F_2); primi esempi: trasformazione identità, trasformazioni di sole coordinate.
-Parentesi di Poisson: relazioni definenti; parentesi di Poisson come invarianti canonici; parentesi fondamentali; equazioni di Hamilton e parentesi di Poisson; identità di Jacobi; derivata temporale di una funzione canonica e parentesi di Poisson; teorema di Poisson e conseguenze; struttura di algebra di Poisson-Lie delle variabili dinamiche (funzioni sullo spazio delle fasi).
-Equazioni di Hamilton come flusso nello spazio delle fasi. Sistemi per cui l' hamiltoniana si conserva: invarianza del volume nello spazio delle fasi (teorema di Liouville) *[A Fasano, S Marmi "Meccanica Analitica" Bollati Boringhieri 2002, Capitolo 8, paragrafi 3 e 4] .*
-Trasformazioni canoniche infinitesime; flusso hamiltoniano come trasformazione canonica dipendente dal tempo; variazioni di funzioni canoniche, simmetrie e costanti del moto (teorema di Noether in ambito hamiltoniano); esempi: simmetrie spaziali e per traslazioni temporali.
-Algebra di Lie dei momenti angolari -interpretati come i generatori infinitesimi di rotazioni del gruppo delle rotazioni proprie SO(3); struttura algebrica delle costanti del moto (hamiltoniana, momento angolare, vettore di Runge-Lenz) nel problema di Keplero e risultante simmetria SO(4) (SO(3) x SO(3)).

L) FORMULAZIONE LAGRANGIANA PER MEZZI CONTINUI ELASTICI

~~**M) COMPLEMENTI**~~
~~-Algebra tensoriale~~
~~*[Appunti del docente distribuiti a lezione]*~~

TESTI DI RIFERIMENTO:

-H. Goldstein "Meccanica Classica" (prima edizione), oppure H. Goldstein, C. Poole, J. Safko "Meccanica Classica" (seconda edizione italiana) (2005), Editore Zanichelli
-Appunti a cura di studenti disponibili su http://matematica.unipv.it/it/people/

NB Alcuni argomenti sono stati trattati in modo diverso dai testi indicati (*cfr.* i riferimenti nei punti specifici del programma): il materiale relativo è a disposizione c/o la Biblioteca di Fisica.

MODALITÀ DELL' ESAME

1) PROVA SCRITTA (in date prestabilite pubblicate sulla homepage)

- Un esercizio riguardante un sistema meccanico costituito da punti materiali e/o corpi rigidi vincolati. Si chiederà di verificare le condizioni per l'applicabilità del formalismo lagrangiano; trovare la lagrangiana (o l'hamiltoniana); discutere l'esistenza di costanti del moto e il loro significato fisico anche in relazione alla natura delle coordinate (traslazione, rotazione); scrivere le equazioni del moto (ed eventualmente considerare qualche soluzione particolare).

- Un esercizio sulle piccole oscillazioni: individuazione delle configurazioni di equilibrio; frequenza delle piccole oscillazioni attorno a una configurazione di equilibrio stabile; modi normali.

- Un esercizio sulle trasformazioni canoniche.

2) PROVA ORALE (calendario concordato dopo lo scritto)

- E' consentito consultare i LIBRI di testo durante lo scritto (non eserciziari)
- Lo scritto viene valutato con un giudizio (insufficiente, sufficiente, ..., ottimo) e l' accesso all' orale è consentito se viene raggiunta almeno la sufficienza
- Il voto proposto dopo l' orale può essere congelato e registrato in un successivo appello
- Il voto proposto può anche essere rifiutato: in questo caso c' è la possibilità di sostenere nuovamente l'orale (in uno degli appelli successivi) anche senza rifare lo scritto.
- In ogni caso viene ritenuto valido lo scritto con il punteggio migliore.

- **Le prove scritte e orali si svolgeranno nei periodi in cui non ci sono le lezioni**

- Sono previsti appelli straordinari per ripetenti finali e laureandi.

- Gli studenti ERASMUS sono pregati di contattare i docenti all' inizio del corso. Potranno sostenere l' esame con domande scritte.

giuseppe.bozzi@unipv.it

annalisa.marzuoli@unipv.it