

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
11 settembre 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

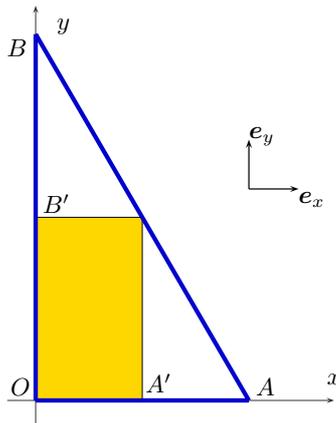
La *prova* consta di **2** esercizi e durerà **2 ore** e **45 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

1. Un corpo rigido piano è ottenuto saldando agli estremi tre aste omogenee: OA di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ e OB di massa $2m$ e lunghezza $2\sqrt{3}\ell$, in modo da formare un angolo retto, e AB di massa $3m$; inoltre, una lamina rettangolare omogenea di massa $4m$ viene saldata nel piano con un lato di lunghezza $OA' = \ell$ posto sull'asta OA e un altro lato posto sull'asta OB , con due vertici in O e sull'asta AB (vedi figura). Rispetto alla base $\{e_x, e_y, e_z\}$, i cui versori e_x ed e_y sono diretti come OA e OB , determinare:

1. gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia, calcolata rispetto a O

- (a) dell'asta OA (**1.5 pt**);
- (b) dell'asta OB (**1.5 pt**);
- (c) dell'asta AB (**3 pt**);
- (d) della lamina rettangolare (**3 pt**);

2. il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta AB , indicando anche i contributi delle aste e della lamina separatamente (**3 pt**).



2. In un piano verticale, un punto materiale Q di massa $3m$ può muoversi liberamente senza attrito lungo una guida orizzontale fissa passante per un punto O ; un secondo punto materiale P di massa $2m$ è vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida circolare fissa, di raggio R , e con centro in O' posto verticalmente sotto O a distanza $2R$ da esso. Una molla ideale, di costante $k = \frac{mg}{R}$ attrae Q verso O ; una seconda molla ideale, di costante $k_2 = \gamma \frac{mg}{R}$, attrae Q verso P . Usando come coordinate lagrangiane l'angolo ϑ che $P - O'$ forma con la verticale ascendente, contato positivamente in senso orario, e l'ascissa x di Q misurata da O , si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta})$ del sistema (**1 pt**);
2. l'energia potenziale $V(x, \vartheta)$ del sistema (**2 pt**);
3. la/e configurazioni di equilibrio del sistema (**3 pt**);
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ (**4 pt**);
5. le equazioni di Lagrange per $\gamma = 2$ (**2 pt**).

