

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
20 luglio 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **2** esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

1. In un piano verticale, un'asta omogenea di massa m e lunghezza ℓ è libera di ruotare attorno ad un estremo O . Un anellino P di massa $m/2$ e dimensioni trascurabili può scorrere senza attrito lungo l'asta, ed è attratto verso O da una molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$. Una seconda molla ideale, di costante elastica $\gamma \frac{mg}{\ell}$ attira il secondo estremo A dell'asta verso il punto B sulla verticale per A posto lungo una guida fissa orizzontale alla stessa quota di O . Siano s l'ascissa di P misurata lungo OA , con origine in O , e ϑ l'angolo che l'asta forma con l'orizzontale (vedi Figura 1).

1. l'energia cinetica $T(s, \vartheta, \dot{s}, \dot{\vartheta})$ del sistema (**2 pt**);
2. l'energia potenziale $V(s, \vartheta)$ del sistema (**2 pt**);
3. la/e configurazioni di equilibrio del sistema (**3 pt**);
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ (**3 pt**);
5. **posto** $\gamma = 2$, il moto incipiente $\ddot{s}(0), \ddot{\vartheta}(0)$, se all'istante $t = 0$ si ha $\vartheta(0) = \pi/6$, $s(0) = \ell/2$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{s}(0) = 0$ (**3 pt**).

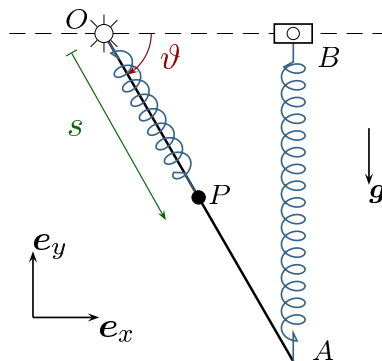


Fig. 1

2. Un corpo rigido piano è ottenuto saldando una lamina quadrata omogenea $ABCD$ centrata di lato $4R$, e massa $5m$, e un disco omogeneo di raggio R e massa $2m$; il disco è tangente esternamente al lato BC nel punto P tale che $\overline{PB} = R$. Dalla lamina viene asportato un rettangolo $EFGH$ con lati $EF = R$ e $FG = 2R$, disposti in modo che la diagonale AC sia l'asse dei lati EF e GH , con EF posto sulla diagonale BD . Utilizzando la base ortonormale $\{e_x, e_y, e_z\}$ con e_x parallelo ad AB , ed e_y parallelo ad AD piano, calcolare:

1. Gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia calcolata rispetto ad A
 - (a) della lamina quadrata piena (**2 pt**);
 - (b) del foro rettangolare (ossia della massa asportata) (**3 pt**);
 - (c) del disco (**3pt**);
2. il momento di inerzia del corpo rispetto alla diagonale AC , precisando i contributi delle diverse parti (**4 pt**).

