

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
21 giugno 2017

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** esercizi e durerà **2 ore** e **30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

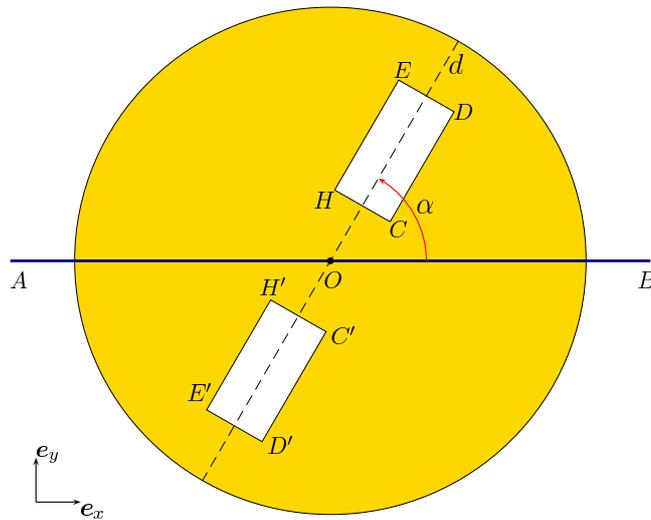
1. (6pt) Calcolare per il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 0), \end{cases}$$

1. il momento risultante del sistema;
2. il trinomio invariante del sistema;
3. l'equazione dell'asse centrale del sistema;

2. (12pt) Un corpo rigido piano è ottenuto unendo ad una lamina circolare omogenea centrata in O di raggio $4R$, e massa $4\pi m$, un'asta omogenea AB di lunghezza $10R$, e massa $6m$, sempre centrata in O . Dalla lamina vengono asportati due rettangoli $CDEH$ e $C'D'E'H'$, con lati $CD = C'D' = 2R$ e $CH = C'H' = R$, disposti in modo che il diametro d inclinato di un angolo $\alpha = \frac{\pi}{3}$ rispetto ad AB , sia l'asse dei lati CH e $C'H'$, distanti R da O . Utilizzando la base ortonormale $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ con \mathbf{e}_x parallelo ad AB , ed \mathbf{e}_y nel piano, calcolare:

1. Gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia calcolata rispetto a O
 - (a) del disco pieno,
 - (b) dei fori rettangolari (ossia delle masse asportate),
 - (c) dell'asta;
2. il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse centrale ortogonale a d , nel piano.



3. (12pt) In un piano verticale, un punto materiale Q di massa $2m$ può muoversi senza attrito lungo una guida fissa orizzontale o passante per un punto O ; un disco omogeneo di massa m e raggio R è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida fissa rettilinea r passante per O e inclinata di un angolo $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ rispetto all'orizzontale. Una molla ideale con lunghezza a riposo nulla e costante elastica $k = 2\frac{mg}{R}$ attrae Q verso il centro C del disco. Usando come coordinate lagrangiane le ascisse x di Q lungo o e s di C lungo r , a partire da O si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, s, \dot{x}, \dot{s})$ del sistema;
2. l'energia potenziale $V(x, s)$ del sistema;
3. la/le configurazioni di equilibrio del sistema;
4. la frequenza dei modi normali oscillanti attorno alla configurazione di equilibrio stabile.

