

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
25 giugno 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

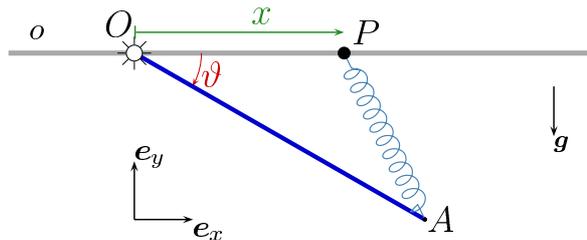
NOME

La *prova* consta di **3** esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

1. In un piano verticale, un punto materiale P di massa $3m$ è vincolato a muoversi senza attrito lungo una guida fissa orizzontale o passante per un punto O ; un'asta OA di lunghezza $4R$ e massa $12m$ è libera di ruotare nel piano attorno all'estremo O fisso. Una molla ideale con lunghezza a riposo nulla e costante elastica $k = \gamma \frac{mg}{R}$ attrae P verso l'estremo A dell'asta. Usando come coordinate lagrangiane l'ascissa x di P lungo o a partire da O e l'angolo ϑ che l'asta forma con l'orizzontale, contato positivamente in senso orario, si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta})$ del sistema (**2 pt**);
2. l'energia potenziale $V(x, \vartheta)$ del sistema; (**2 pt**);
3. la/e configurazioni di equilibrio del sistema (**2 pt**);
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ ; (**3 pt**).
5. **posto** $\gamma = 1$, la frequenza dei modi normali oscillanti attorno alla configurazione di equilibrio stabile (**3 pt**).



2. Un corpo rigido piano è composto da tre aste omogenee OA di lunghezza 3ℓ e massa $2m$, OB di lunghezza 4ℓ e massa m , AB di lunghezza 5ℓ e massa $3m$, saldate negli estremi, e da una lamina rettangolare omogenea $ABCD$, con il lato AB saldato all'asta e $BC = 2\ell$, avente massa m . Utilizzando la base ortonormale $\{e_x, e_y, e_z\}$ con e_x parallelo a $B - O$, ed e_y parallelo ad $A - O$ (vd. figura), determinare:

1. gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia, calcolata rispetto a O

- (a) dell'asta OA (1 pt);
- (b) dell'asta OB (1 pt);
- (c) dell'asta AB (3 pt);
- (d) della lamina rettangolare (4 pt);

2. il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta AB , indicando anche i contributi delle aste e della lamina separatamente (3 pt).

