

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
26 settembre 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

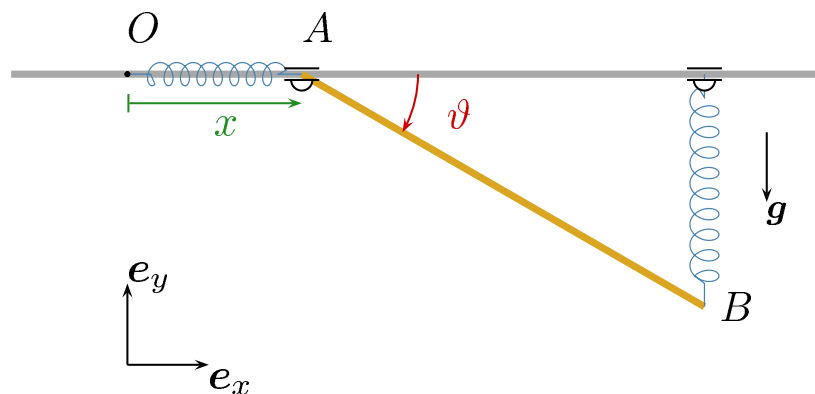
COGNOME

NOME

La *prova* consta di **2** esercizi e durerà **2 ore e 45 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

1. In un piano verticale, un'asta AB omogenea di massa $5m$ e di lunghezza 2ℓ ha l'estremo A vincolato a scorrere lungo una guida fissa orizzontale; una molla di costante elastica $k = \frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae A verso un punto fisso O posto sulla guida. Una seconda molla, di costante elastica γk e lunghezza a riposo nulla attrae B verso la guida, ed è vincolata in modo da restare sempre verticale (vedi Figura). Usando come coordinate lagrangiane l'angolo ϑ che l'asta forma con l'orizzontale, contato positivamente in senso orario, e l'ascissa x di A misurata da O , si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta})$ del sistema (**3 pt**);
2. l'energia potenziale $V(x, \vartheta)$ del sistema (**2 pt**);
3. la/le configurazioni di equilibrio del sistema al variare di γ (**2 pt**);
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ (**2 pt**);
5. le pulsazioni (frequenze) dei modi normali oscillanti attorno alla posizione di equilibrio stabile per $\gamma = 1$ (**3 pt**).



2. Un corpo rigido piano è ottenuto è formato da una lamina circolare omogenea di centro O e raggio $4R$, avente massa $8m$ nella quale viene praticato un foro circolare di raggio R e centro O' , posto a distanza $3R$ da O ; inoltre, un'asta omogenea AB di massa $2m$ e lunghezza $4R\sqrt{3}$ viene saldata nel piano con gli estremi sulla circonferenza esterna della lamina, con A posto sul prolungamento di OO' , e B posto al sotto di OO' . Rispetto alla base $\{e_x, e_y, e_z\}$, il cui versore e_x è diretto come $A - O$ ed e_y è ortogonale a esso nel piano (vedi figura) determinare:

1. gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia, calcolata rispetto a O

(a) della lamina piena (**1.5 pt**);

(b) della massa (foro circolare) asportata (**2.5 pt**);

(c) dell'asta AB (**4 pt**);

2. il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta BO , indicando anche i contributi separatamente (**4 pt**).

