

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
 29 gennaio 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

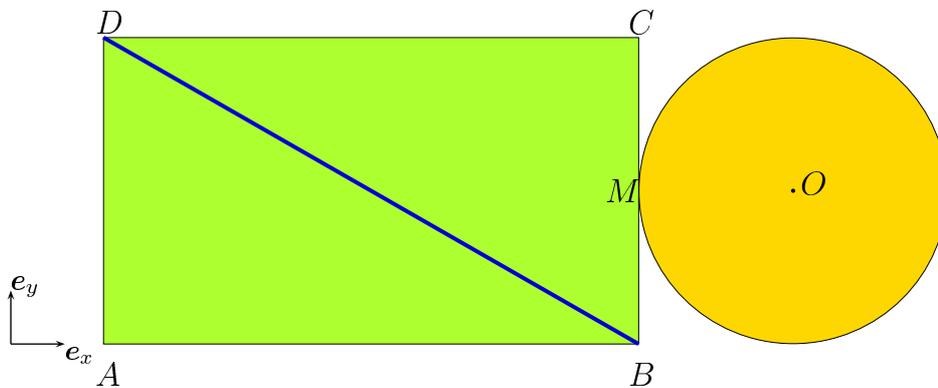
NOME

La *prova* consta di **3** esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

1. Un corpo rigido piano è composto da una lamina rettangolare omogenea $ABCD$, con lati $AB = 2\sqrt{3}R$ e $BC = 2R$ e massa m ; un'asta omogenea BD di massa $2m$; una lamina circolare omogenea centrata in O di raggio R e massa $4m$ tangente esternamente nel punto medio M del lato BC . Utilizzando la base ortonormale $\{e_x, e_y, e_z\}$ con e_x parallelo ad AB , ed e_y parallelo ad AD (vd. figura), determinare:

1. gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia, calcolata rispetto ad A
 - (a) della lamina rettangolare (**3 pt**),
 - (b) dell'asta (**3 pt**);
 - (c) del disco (**3 pt**),
2. il momento **centrale** di inerzia del corpo rispetto alla direzione di e_y , indicando anche –se calcolati– i contributi dei tre corpi separatamente (**3 pt**).



2. Calcolare per il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = e_x + 2e_y + e_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = e_x - e_y + e_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 2e_x + 2e_y - e_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 0), \end{cases}$$

1. il momento risultante del sistema (**2 pt**);
2. il trinomio invariante del sistema (**2 pt**);
3. l'equazione dell'asse centrale del sistema (**2 pt**);

3. In un piano verticale, un filo omogeneo QF ha peso per unità di lunghezza costante $4p/R$ e lunghezza opportuna; il tratto AQ , di lunghezza R e l'estremo Q è attratto da una molla ideale di costante elastica $\gamma p/R$ verso il punto Q' posto sulla verticale per A , a distanza $3R/2$ da A ; il tratto AC appoggiato senza attrito ad un supporto semicircolare fisso di diametro $AB = 2R$ e centro O orizzontale, in modo che il raggio OC formi un angolo $\beta = \pi/6$ con l'orizzontale; infine, il tratto CF è mantenuto teso grazie ad una forza $\mathbf{f} = 4p(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ applicata in F (vd. figura). In condizioni di equilibrio, determinare:

1. la tensione τ_C del filo nel punto C (**2 pt**);
2. la tensione $\tau(\vartheta)$ del filo nel generico punto P del tratto AC , in funzione dell'angolo ϑ che OP forma con l'orizzontale (**2 pt**);
3. l'equazione dell'arco libero CF , riferito ad assi orizzontali e verticali centrati nel punto V di minima quota dell'arco CF (**2 pt**);
4. il dislivello tra i punti C e F (**2 pt**);
5. il valore di γ per garantire l'equilibrio alle condizioni date (**1 pt**);
6. la lunghezza dell'intero filo QF (**3 pt**).

