

(a)

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
29 gennaio 2019

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La **prova** consta di 2 esercizi e durerà 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

1. In un piano verticale, un filo omogeneo QF di peso per unità di lunghezza costante $2p/R$ e lunghezza opportuna ha il tratto AQ , di lunghezza $R/2$ libero con un contrappeso $3p$ applicato in Q ; il tratto AC appoggiato senza attrito ad un supporto semicircolare fisso di diametro orizzontale $AB = 2R$ e centro O , in modo che il raggio OC formi un angolo $\beta = \pi/3$ con l'orizzontale; infine, una forza f avente modulo γp inclinata di un angolo β rispetto all'orizzontale è applicata in F . In condizioni di equilibrio, determinare:

1. la tensione del filo in C (2 pt); $\rightarrow (4 + \sqrt{3}) p$

2. la tensione del filo nell'arco AC in funzione dell'angolo $\vartheta = AOP$ (2 pt); $4p + 2p \sin \vartheta$

3. l'equazione dell'arco libero CF , riferito ad assi orizzontali e verticali centrati in V , punto di quota minima dell'arco (3 pt);

4. il valore di γ che garantisce l'equilibrio descritto (2 pt);

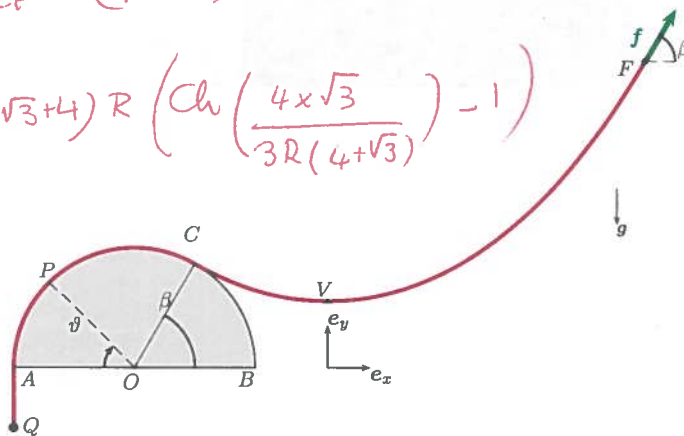
$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} (2\sqrt{3} + 8) = (3 + 4\sqrt{3})$$

5. la lunghezza dell'arco di catenaria CF (3 pt).

$$l_{CF} = (4 + \sqrt{3}) R$$

$$y(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 4) R \left(\operatorname{ch} \left(\frac{4x\sqrt{3}}{3R(\sqrt{3} + 4)} \right) - 1 \right)$$

$$\left(\frac{3}{4} + \sqrt{3} \right)$$



01) 2. Un corpo rigido piano è formato da una lamina rettangolare omogenea $OABD$ avente lati $OA = 2\sqrt{3}R$ e $OB = 2R$ e di massa $3m$, un'asta omogenea AD di massa $4m$ e una lamina circolare omogenea di centro C e raggio R , avente massa $2m$ saldata in modo da essere tangente esternamente al rettangolo nel punto medio M del lato BD . Rispetto alla base $\{e_x, e_y, e_z\}$, il cui versore e_x è diretto come $A - O$ ed e_y è diretto come $D - O$ (vedi figura) determinare:

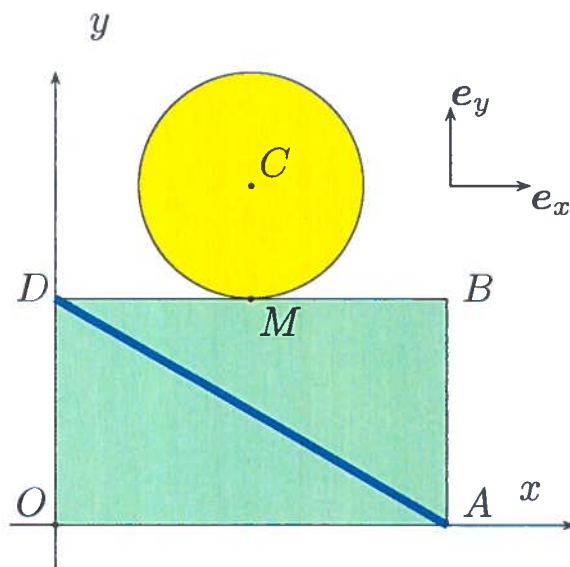
1. gli elementi I_{xx} , I_{yy} e I_{xy} della matrice di inerzia, calcolata rispetto a O

(a) della lamina rettangolare $OABD$ (3 pt);

(b) dell'asta AD (3 pt);

(c) della lamina circolare (3 pt);

2. il momento centrale di inerzia di tutto il corpo rispetto alla direzione e_x , eventualmente indicando separatamente i contributi dei tre componenti (se calcolati) (3 pt).



a) rett.

$$\begin{pmatrix} 4 & -3\sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} & 12 \end{pmatrix} mR^2$$

b)

$$\begin{pmatrix} 16/3 & -8/3\sqrt{3} \\ 8/3\sqrt{3} & 16 \end{pmatrix} mR^2$$

c)

$$\begin{pmatrix} \frac{37}{2} & -6\sqrt{3} \\ -6\sqrt{3} & \frac{13}{2} \end{pmatrix} mR^2$$

$$I_G^{xx} = \frac{163}{18} mR^2$$

$$I_G = \frac{14}{9} m$$

$$\frac{47}{27} + \frac{172}{81} + \frac{865}{162}$$

$$\left(1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right) + kd^2$$

$$\frac{14 \cdot 4}{9} = \frac{56}{9}$$