

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
**Esame di Fisica Matematica**  
6 settembre 2017

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone/altri strumenti elettronici; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

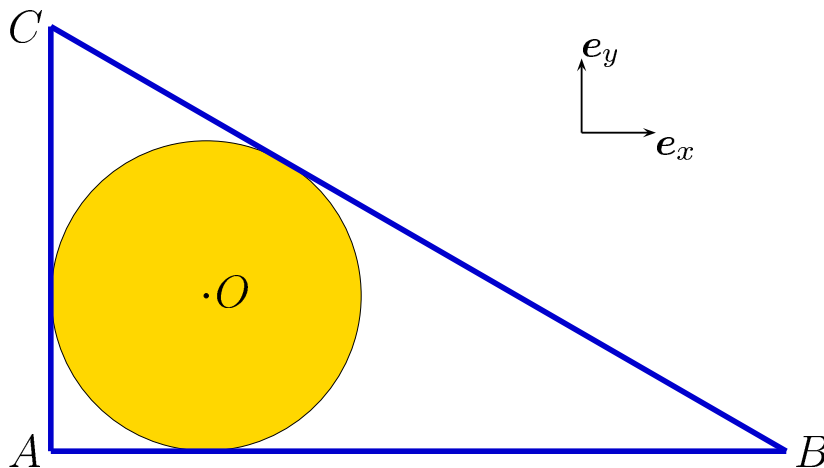
**Esercizi**

1. Un corpo rigido piano è composto da tre aste:  $AB$  di lunghezza  $2R\sqrt{3}$  e massa  $3m\sqrt{3}$ ,  $AC$  di lunghezza  $2R$  e massa  $3m$ , e  $BC$  di lunghezza  $4R$  e massa  $6m$  saldate agli estremi e da un disco circolare omogeneo tangente internamente ai lati del triangolo  $ABC$ , di massa  $m$  e avente centro in  $O$ . Utilizzando la base ortonormale  $\{e_x, e_y, e_z\}$  con  $e_x$  parallelo ad  $AB$ , ed  $e_y$  nel piano, determinare:

1. gli elementi  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{xy}$  della matrice di inerzia, calcolata rispetto ad  $A$

- (a) del disco (**3 pt**),
- (b) dell'asta  $AB$  (**1 pt**),
- (c) dell'asta  $AC$  (**1 pt**),
- (d) dell'asta  $BC$  (**3 pt**);

2. il momento di inerzia totale del corpo rispetto alla retta  $AO$  (**4 pt**).



2. Calcolare per il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 0, 1), \end{cases}$$

1. il momento risultante del sistema rispetto al polo  $O$  (**2 pt**);
2. il trinomio invariante del sistema (**2 pt**);
3. l'equazione dell'asse centrale del sistema (**2 pt**);

3. In un piano verticale, un filo omogeneo  $QB'$  di peso per unità di lunghezza costante  $2p/R$  e lunghezza opportuna ha il tratto  $AQ$ , di lunghezza  $R$  libero con un contrappeso  $2p$  applicato in  $Q$ ; il tratto  $AC$  appoggiato senza attrito ad un supporto semicircolare fisso di diametro orizzontale  $AB = 2R$  e centro  $O$ , in modo che il raggio  $OC$  formi un angolo  $\beta = \pi/6$  con l'orizzontale; il tratto  $C'B'$  appoggiato senza attrito ad un supporto semicircolare fisso di diametro orizzontale  $A'B' = 4R$  e centro  $O'$ , in modo che il raggio  $O'C'$  formi un angolo  $\beta = \pi/6$  con l'orizzontale; infine, un contrappeso  $\gamma p$  è applicato in  $B'$ . In condizioni di equilibrio, determinare:

1. la tensione del filo in  $C$  (**1 pt**);
2. il dislivello tra i punti  $C$  e  $V$ , punto di quota minima dell'arco (**2 pt**);
3. la tensione del filo in  $C'$  (**1 pt**);
4. l'equazione dell'arco libero  $CC'$ , riferito ad assi orizzontali e verticali centrati in  $V$  (**2 pt**);
5. il valore di  $\gamma$  che garantisce l'equilibrio (**3 pt**).
6. la distanza fra i punti  $C$  e  $C'$  (**3 pt**).

