



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA**

---

**REGISTRO**

**DELLE LEZIONI - ESERCITAZIONI - SEMINARI**

**Anno accademico 2016/17**

**Cognome e Nome: BISI FULVIO**

**Qualifica: PROFESSORE ASSOCIATO MAT/07**

**DIPARTIMENTO DI MATEMATICA**

**Insegnamento (6 CFU su un totale di 6+3 CFU) di**

**FENOMENI DI DIFFUSIONE E TRASPORTO (504308, 500664)**

Impartito presso: **DIPARTIMENTO DI MATEMATICA**

Corso di laurea .....

Corso di laurea specialistica/magistrale:

Matematica [08406] / Scienze Fisiche [08408]

Corso di laurea interfacoltà .....

Scuole di Specializzazione .....

Scuole di Dottorato di ricerca.....



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 1-2</i>  <i>data 22 marzo 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Introduzione generale al corso. Le equazioni di Navier-Stokes e i problemi aperti.
<i>n. prog. 3-4</i>  <i>data 23 marzo 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Introduzione generale al corso: i continui di Cauchy e tensore degli sforzi; problema del "couple stress".
<i>n. prog. 5-6</i>  <i>data 4 aprile 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Spazio euclideo $\mathcal{E}$ , spazio vettoriale $\mathcal{V}$ delle differenze di punti, basi ortonormali. Algebra tensoriale, diadi e basi. Prodotto scalare, tensore trasposto, determinante, traccia. Tensori simmetrici e antisimmetrici; delta di Kronecker.
<i>n. prog. 7-8</i>  <i>data 5 aprile 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Simbolo di Levi-Civita (Ricci); contrazioni notevoli. Tensori ortogonali; rotazioni. Operatori di proiezione parallela e ortogonale.
<i>n. prog. 9-10</i>  <i>data 6 aprile 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Commutatività; tensori antisimmetrici e vettori assiali. Teorema spettrale. Invarianti tensoriali del primo, secondo e terzo ordine.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 11-12</i>  <i>data 11 aprile 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Lemma della radice di un tensore simmetrico definito positivo. Teorema di decomposizione polare. Differenziazione. Teorema di regolarità della derivata dell'inversa.
<i>n. prog. 13-14</i>  <i>data 12 aprile 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Teorema della derivata della funzione composta e del prodotto. Derivata della norma al quadrato di un vettore, di un quadrato di un tensore, del determinante di un tensore. Esempi.
<i>n. prog. 15-16</i>  <i>data 19 aprile 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Campi scalari, vettoriali, tensoriali. Gradiente in un campo scalare, o vettoriale; divergenza di un campo vettoriale, tensoriale; rotore di un campo vettoriale. Identità notevoli: calcolo diretto. Campi scalari e vettoriali armonici. Definizione di gradiente, divergenza mediante le coordinate; uso degli indici. Curve normalizzate; integrale di linea, circuitazione. Campi potenziali (conservativi). Espressione del rotore mediante simbolo di Levi-Civita.
<i>n. prog. 17-18</i>  <i>data 20 aprile 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Rappresentazione affine di campi con gradiente costante. Teoremi della divergenza per un campo vettoriale, scalare, tensoriale. Teorema di localizzazione; interpretazione della divergenza di un campo vettoriale/tensoriale. Teorema di Stokes; interpretazione del rotore mediante teorema di localizzazione. Deformazioni generali e proprietà; gradiente di deformazione; deformazioni omogenee, traslazioni.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 19-20  data 26 aprile 2017 mercoledì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Deformazioni omogenee, traslazioni; decomposizione di deformazioni omogenee in traslazione e deformazione omogenea con punto fisso. Esempi di deformazioni omogenee: rotazioni, stretch. Decomposizione di un gradiente di deformazione in rotazione e stretch. Deformazioni rigide. Condizioni equivalenti per caratterizzare una deformazione rigida.
n. prog. 21-22  data 27 aprile 2017 giovedì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Lunghezza di una curva deformata; fine dimostrazione delle 5 condizioni equivalenti per una deformazione rigida. Determinante del gradiente di deformazione come dilatazione unitaria. Piccole deformazioni, spostamenti rigidi infinitesimi. Condizioni equivalenti per caratterizzare uno spostamento rigido infinitesimo, Moto: descrizione spaziale e materiale; mappa diretta e inversa e regolarità. Assegnato esercizio: (deformazioni) modulo del vettore deformato, angolo fra vettori deformato.
n. prog. 23-24  data 3 maggio 2017 mercoledì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Moto: traiettoria e mappa di riferimento. Modello dei continui: punto di vista materiale (lagrangiano) e punto di vista spaziale (euleriano). Deformazione e gradiente di deformazione. Lemma di regolarità. Derivate temporali spaziali e materiali. Velocità e accelerazione. Gradiente di velocità e derivata temporale del gradiente di deformazione. Espressione della derivata materiale della velocità. Moto stazionario, campi stazionari; esempi. Pathline/streamline (linee di traiettoria, linee di flusso); esempi.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 25-26</i>  <i>data 4 maggio 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Moti rigidi, moti di stretch; gradiente velocità di deformazione e di vorticità (spin). Moto piano. Campi stazionari e condizioni equivalenti per la derivata temporale materiale nulla. Tasso di variazione della distanza fra due punti e dell'angolo fra due direzioni. Teoremi di trasporto per il volume; moto isocoro. Teorema del trasporto di Reynolds per un campo spaziale (scalare o vettoriale). Derivata temporale materiale del campo di velocità: ruolo del gradiente del modulo quadro della velocità e rotore del vettore velocità.
<i>n. prog. 27-28</i>  <i>data 9 maggio 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Teorema del trasporto di spin. Trasformato di un tensore secondo il gradiente di deformazione. Moto piano, esempio; moti irrotazionali; moti in cui il campo delle accelerazioni è il gradiente di un potenziale scalare. Circuitazione della velocità e trasporto della circuitazione. Densità di massa; rappresentazione spaziale della densità in funzione della densità di riferimento. Conservazione della massa: equazione di continuità. Lemma di derivazione sotto l'integrale per funzioni moltiplicate per la densità. Regione di riferimento e bilancio della derivata della densità sulla regione. Quantità di moto (momento lineare) e momento angolare. Forze di volume e di superficie. Equazioni di bilancio dei momenti lineari e angolari. Principio (teorema) dei lavori virtuali [PLV].
<i>n. prog. 29-30</i>  <i>data 10 maggio 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Teorema di Cauchy per il tensore degli sforzi (dimostrazione condizione necessaria).



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 31-32</i>  <i>data 11 maggio 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Teorema di Cauchy per il tensore degli sforzi (dimostrazione condizione sufficiente). Esempi di stati di tensione: pressione, pura tensione, puro taglio. Bilancio dell'energia (teorema delle potenze). Regione di controllo e bilancio della derivata dei momenti. Esercizio di applicazione del bilancio delle masse e dei momenti in un volume di controllo per un flusso stazionario $\vec{v}$ forza su tubo ricurvo.
<i>n. prog. 33-34</i>  <i>data 16 maggio 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Processi dinamici, flusso, flusso stazionario. Linee di vortice e trasporto in un campo di accelerazione conservativo. Fluidi euleriani e ideali. Lemma per il teorema di Bernoulli. Flusso potenziale, teorema di Bernoulli generale. Teorema di Bernoulli per fluidi ideali. Primo principio della termodinamica formulati nell'ambito della meccanica dei continui. Equazione costitutiva per l'energia interna, legge di Fourier per il flusso di calore, equazione del calore.
<i>n. prog. 35-36</i>  <i>data 17 maggio 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Fluidi newtoniani (incomprimibili): discussione ed equazione costitutiva. Condizione necessaria e sufficiente per l'invarianza materiale sulla forma del tensore degli sforzi (senza dimostrazione). Equazione di Navier-Stokes. Normalizzazione; adimensionalizzazione. Caso di un flusso piano. Esempi elementari di modelli per la misura della viscosità. Soluzione di un problema di flusso viscoso alla Navier-Stokes. Lemma tecnico.
<i>n. prog. 37-38</i>  <i>data 18 maggio 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Soluzione di un problema di flusso viscoso alla Navier-Stokes: teorema di unicità (dimostrazione con metodo dell'energia).



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 39-40</i>  <i>data 23 maggio 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Soluzione di un problema di flusso viscoso alla Navier-Stokes; teorema di stabilità. Equazione del calore e adimensionalizzazione. Condizioni al contorno. Cenni sulla soluzione del caso unidimensionale mediante separazione delle variabili. Unicità della soluzione su un dominio limitato nello spazio-tempo (metodo dell'energia).
<i>n. prog. 41-42</i>  <i>data 24 maggio 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Principio del massimo debole (con dimostrazione). Principio del massimo forte; corollari. Considerazioni sullo riscaldamento parabolico. Soluzione fondamentale dell'equazione del calore.
<i>n. prog. 43-44</i>  <i>data 25 maggio 2017</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Uso della soluzione fondamentale per la soluzione di un problema di Cauchy omogeneo con condizione iniziale su tutto lo spazio o con condizioni iniziali nulle; generalizzazione.
<i>n. prog. 45-46</i>  <i>data 30 maggio 2017</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Fluidi comprimibili ideali e newtoniani; fluidi newtoniani generalizzati (cenni). Legge di Darcy e considerazioni sui mezzi porosi; fattore di porosità. Equazione dei mezzi porosi standard.
<i>n. prog. 47-48</i>  <i>data 31 maggio 2017</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminario	Considerazioni generali sull'equazione. Soluzione fondamentale di Barenblatt (con dimostrazione 1D). Formula generale; frontiera libera. Equazione nei mezzi porosi: soluzioni stazionarie o a variabili separabili, soluzione tipo onde (senza dimostrazioni). Diffusione di un inquinante galleggiante in un fiume (modello unidimensionale).



# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

## RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate	..... 48 .....
- Numero lezioni effettivamente impartite	..... 48 .....
- Numero esercitazioni effettivamente impartite	..... 0 .....
- Numero dei seminari svolti	..... 0 .....
- Numero lezioni perdute per malattie	.....
- Numero lezioni perdute per altri motivi (specificare	.....
.....	.....
.....	.....
	<b>totale ... 48 ..</b>

**Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione sono state IMPARTITE DAL DOCENTE**

**IL DOCENTE**

.....

**Visto del Preside** .....

**Visto del Direttore (\*)** .....

**(\*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di ricerca**