



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA**

---

## **REGISTRO**

**DELLE LEZIONI - ESERCITAZIONI - SEMINARI**

**Anno accademico 2017/18**

**Cognome e Nome: BISI FULVIO**

**Qualifica: PROFESSORE ASSOCIATO MAT/07**

### **DIPARTIMENTO DI MATEMATICA**

**Insegnamento (6 CFU su un totale di 6+3 CFU) di**

**FENOMENI DI DIFFUSIONE E TRASPORTO (504308, 500664)**

Impartito presso: **DIPARTIMENTO DI MATEMATICA**

Corso di laurea .....

Corso di laurea specialistica/magistrale:

Matematica [08406] / Scienze Fisiche [08408]

Corso di laurea interfacoltà .....

Scuole di Specializzazione .....

Scuole di Dottorato di ricerca.....



# **UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA**



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 1-2</i>  <i>data 4 aprile 2018</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Spazio euclideo $\mathcal{E}$ , spazio vettoriale $\mathcal{V}$ delle differenze di punti, basi ortonormali. Algebra tensoriale, diadi e basi. Prodotto scalare, tensore trasposto, determinante, traccia. Tensori simmetrici e antisimmetrici; delta di Kronecker e simbolo di Levi-Civita (Ricci). Tensori ortogonali; rotazioni.
<i>n. prog. 3-4</i>  <i>data 5 aprile 2018</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Contrazioni notevoli. Operatori di proiezione parallela e ortogonale. Tensori antisimmetrici e vettori assiali. Tensori simmetrici e teorema spettrale. Prodotto misto e determinante di un tensore. Doppio prodotto vettoriale. Lemma della radice di un tensore simmetrico definito positivo. Invarianti tensoriali del primo, secondo e terzo ordine.
<i>n. prog. 5-6</i>  <i>data 10 aprile 2016</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Teorema di decomposizione polare. Commutatività. Differenziazione. Teorema di regolarità della derivata dell'inversa. Teorema della derivata della funzione composta e del prodotto. Derivata della norma al quadrato di un vettore, di un quadrato di un tensore, del determinante di un tensore. Esempi.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 7-8  data 11 aprile 2016 mercoledì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Campi scalari, vettoriali, tensoriali. Gradiente in un campo scalare, o vettoriale; divergenza di un campo vettoriale, tensoriale; rotore di un campo vettoriale. Identità notevoli: calcolo diretto. Campi scalari e vettoriali armonici. Definizione di gradiente, divergenza mediante le coordinate; uso degli indici. Curve normalizzate; integrale di linea, circuitazione. Espressione del rotore mediante simbolo di Levi-Civita. Teoremi della divergenza per un campo vettoriale, scalare, tensoriale. Campi potenziali (conservativi). Teorema di localizzazione; interpretazione della divergenza di un campo vettoriale/tensoriale.
n. prog. 9-10  data 12 aprile 2016 giovedì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Rappresentazione affine di campi con gradiente costante. Gradiente del vettore posizione $\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - \mathbf{o}$ ; gradiente del versore $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$ applicato a $\mathbf{e}$ . Esercizi applicativi del teorema della divergenza. Vettore assiale $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ e tensore associato; $\text{div}(\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ . Deformazioni generali e proprietà; gradiente di deformazione. Deformazioni omogenee, traslazioni. Esempi di deformazioni omogenee: rotazioni, stretch. <i>(1 ora persa per blocco autostradale)</i>
n. prog. 11-12  data 17 aprile 2016 martedì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Decomposizione di deformazioni omogenee in traslazione e deformazione omogenea con punto fisso. Decomposizione di un gradiente di deformazione in rotazione e stretch. Modulo del vettore deformato. Lunghezza di una curva deformata. Deformazioni rigide. Determinante del gradiente di deformazione come dilatazione unitaria.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 13-14</i>  <i>data 18 aprile 2016</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Piccole deformazioni, spostamenti rigidi infinitesimi. Moto: descrizione spaziale e materiale; traiettoria e mappa di riferimento. Modello dei continui: punto di vista materiale (lagrangiano) e punto di vista spaziale (euleriano). Deformazione e gradiente di deformazione. Lemma di regolarità. Derivate temporali spaziali e materiali; espressione della derivata materiale della velocità. Velocità e accelerazione. Derivata temporale prima e seconda del tensore $F$ gradiente di deformazione. Pathline/streamline (linee di traiettoria, linee di flusso).
<i>n. prog. 15-16</i>  <i>data 19 aprile 2016</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Pathline/streamline (linee di traiettoria, linee di flusso); esempi di moto e calcolo delle quantità caratteristiche, incluse le streamline. Gradiente di velocità; gradiente velocità di deformazione e di vorticità (spin). Moto stazionario; esempi. Moti rigidi, moti di stretch. Moto piano. Campi stazionari e condizioni equivalenti per la derivata temporale materiale nulla.
<i>n. prog. 17-18</i>  <i>data 24 aprile 2016</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Tasso di variazione della distanza fra due punti e dell'angolo fra due direzioni. Teoremi di trasporto per il volume; moto isocoro. Teorema del trasporto di spin. Trasformato di un tensore secondo il gradiente di deformazione. Moto piano, esempio; moti irrotazionali; moti in cui il campo delle accelerazioni è il gradiente di un potenziale scalare. Circuitazione della velocità e trasporto della circuitazione. Linee di vortice e trasporto in un campo di accelerazione conservativo.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 19-20</i>  <i>data 26 aprile 2016</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Densità di massa; rappresentazione spaziale della densità in funzione della densità di riferimento. Conservazione della massa: equazione di continuità. Lemma di derivazione sotto l'integrale per funzioni moltiplicate per la densità. Regione di riferimento e bilancio della derivata della densità sulla regione. Quantità di moto (momento lineare) e momento angolare. Forze di volume e di superficie. Equazioni di bilancio dei momenti lineari e angolari. Principio (teorema) dei lavori virtuali [PLV].
<i>n. prog. 21-22</i>  <i>data 2 maggio 2016</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Teorema di Cauchy per il tensore degli sforzi (dimostrazione condizione necessaria e sufficiente). Esempi di stati di tensione: pressione, pura tensione, puro taglio. Bilancio dell'energia (teorema delle potenze). Regione di controllo e bilancio della derivata dei momenti.
<i>n. prog. 23-24</i>  <i>data 3 maggio 2016</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Teorema del trasporto di Reynolds per un campo spaziale (scalare o vettoriale). Esempi di formule notevoli di differenziazione (rot grad). Processi dinamici, flusso, flusso stazionario. Esercizio di applicazione del bilancio delle masse e dei momenti in un volume di controllo (regione di riferimento fissa) per un flusso stazionario. Fluidi euleriani e ideali. Lemma per il teorema di Bernoulli. Flusso potenziale, teorema di Bernoulli generale. Teorema di Bernoulli per fluidi ideali.



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 25-26</i>  <i>data 8 maggio 2016</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Esempi di formule notevoli di differenziazione (rot grad). Cambio di osservatore; calcolo delle grandezze cinematiche trasformate. Invarianza materiale: risposta invariante per cambio di osservatore: fluidi ideali (cenno su fluidi elastici). Fluidi newtoniani (incomprimibili): discussione ed equazione costitutiva. Condizione necessaria e sufficiente per l'invarianza materiale sulla forma del tensore degli sforzi (dimostrazione solo della sufficienza).
<i>n. prog. 27-28</i>  <i>data 9 maggio 2016</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Condizione necessaria e sufficiente per l'invarianza materiale sulla forma del tensore degli sforzi: dimostrazione solo della necessità (teoremi sulle funzioni isotrope solo enunciati). Equazioni di Navier-Stokes. Normalizzazione e adimensionalizzazione.
<i>n. prog. 29-30</i>  <i>data 10 maggio 2016</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Equazioni di Navier-Stokes: caso di un flusso piano stazionario; modelli per misurare la viscosità. Problema di flusso viscoso e soluzione di un problema di flusso viscoso. Lemma tecnico di annullamento. Teorema di unicità per la soluzione di un problema di flusso viscoso (finire la dimostrazione con metodo dell'energia).



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 31-32</i>  <i>data 15 maggio 2016</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Teorema di unicità per la soluzione di un problema di flusso viscoso (finita la dimostrazione con metodo dell'energia). Enunciato e dimostrazione del teorema di stabilità per il problema di flusso di Navier-Stokes. Primo principio della termodinamica formulato nell'ambito della meccanica dei continui. Equazione costitutiva per l'energia interna, legge di Fourier per il flusso di calore, equazione del calore.
<i>n. prog. 33-34</i>  <i>data 16 maggio 2016</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Secondo principio della termodinamica formulato nell'ambito della meccanica dei continui. Domini regolari e lipschitziani. Equazione del calore e adimensionalizzazione nel caso unidimensionale. Condizioni al contorno. Unicità della soluzione su un dominio limitato nello spazio-tempo (metodo dell'energia). Soluzione del caso unidimensionale dell'equazione del calore mediante separazione delle variabili: impostazione del problema.
<i>n. prog. 35-36</i>  <i>data 17 maggio 2016</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Soluzione del caso unidimensionale dell'equazione del calore mediante separazione delle variabili: transitorio e regime, analisi dei tempi di rilassamento. Prime considerazioni sullo riscaldamento; riscaldamento parabolico.
<i>n. prog. 37-38</i>  <i>data 22 maggio 2016</i> <i>martedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Principio del massimo debole (con dimostrazione). Principio del massimo forte; corollari. Considerazioni sullo riscaldamento; riscaldamento parabolico. Soluzione fondamentale dell'equazione del calore.





## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 39-40  data 23 maggio 2016 mercoledì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Uso della soluzione fondamentale per la soluzione di un problema di Cauchy omogeneo con condizione iniziale su tutto lo spazio e regolarità della soluzione; uso per un problema non omogeneo con condizioni iniziali nulle; generalizzazione. Esempio di Tichonov e richiesta di comportamento esponenziale all'infinito per l'unicità; problema di Neumann al finito: scrittura, esistenza e unicità della soluzioni (equazioni integrali alla Volterra) [senza dimostrazioni].
n. prog. 41-42  data 24 maggio 2016 giovedì (pomeriggio, recup.)	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Fluidi comprimibili ideali e newtoniani; fluidi newtoniani generalizzati (cenni). Esperimento e legge di Darcy e considerazioni sui mezzi porosi; fattore di porosità.
n. prog. 43-44  data 29 maggio 2016 martedì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Equazione dei mezzi porosi standard. Esempi applicativi: equazione di Boussineq. Equazione nei mezzi porosi: soluzioni stazionarie o a variabili separabili (senza dimostrazioni); soluzione tipo onde: dimostrazione per il caso unidimensionale.
n. prog. 45-46  data 30 maggio 2016 mercoledì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Soluzione di Barenblatt per l'equazione dei mezzi porosi (con dimostrazione 1D); frontiera libera.
n. prog. 47-48  data 31 maggio 2016 giovedì	Argomento
Lezione <b>X</b> Esercitazione Seminaro	Soluzione di Barenblatt per l'equazione dei mezzi porosi in dimensione 3, con dimostrazione; frontiera libera. Diffusione di un inquinante galleggiante in un fiume (sol. Unidimensionale).



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

	<p>Soluzione di Barenblatt: formula generale per la soluzione di Barenblatt in dimensione 3; frontiera libera. Diffusione di un inquinante galleggiante in un fiume (modello unidimensionale).</p> <hr/> <hr/> <hr/>
--	--



# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

## RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate	..... 48 .....
- Numero lezioni effettivamente impartite	..... 48 .....
- Numero esercitazioni effettivamente impartite	..... 0 .....
- Numero dei seminari svolti	..... 0 .....
- Numero lezioni perse per malattie	.....
- Numero lezioni perse per altri motivi (specificare	.....
.....	.....
.....	.....
<b>totale</b>	<b>... 48 ..</b>

**Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione sono state IMPARTITE DAL DOCENTE**

### IL DOCENTE

.....

**Visto del Preside** .....

**Visto del Direttore (\*)** .....



## **UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA**

**(\*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di  
ricerca**