UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

REGISTRO

DELLE LEZIONI-ESERCITAZIONI- SEMINARI

Anno accademico 2016/17

Cognome e Nome **BISI FULVIO**

Qualifica PROFESSORE ASSOCIATO MAT/07

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

Insegnamento di GEOMETRIA E ALGEBRA (500473)

Impartito presso**: FACOLTA' DI INGEGNERIA**

Corso di laurea INGEGNERIA INDUSTRIALE e altri (A-K).

Corso di laurea specialistica/magistrale ....

Corso di laurea interfacoltà ....

Scuole di Specializzazione ....

Scuole di Dottorato di ricerca...

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 1-2 *data 26 settembre 2016* *lunedì*	*Argomento*
Lezione **x** Esercitazione Seminario	Insiemi, sottoinsiemi; insieme delle parti. Quantificatori esistenziali e universali; negazioni. Implicazione; condizione necessaria e/o sufficiente. Enunciato contronominale di un teorema, Relazioni fra insiemi; relazioni di equivalenza, classi di equivalenza. Esempio delle classi di equivalenza per il resto della divisione per un numero. *(Durante la lezione vengono presentate la Facoltà di Ingegneria e i servizi bibliotecari di ateneo)*
n. prog. 3-4 *data 28 settembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **x** Esercitazione Seminario	Funzioni o applicazioni; immagine e controimmagine; iniettività, suriettività; corrispondenze biunivoche. Prodotto cartesiano e legge di composizione interna. Strutture algebriche: gruppi.
n. prog. 5-6 *data 29 settembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **x** Seminario	Strutture algebriche: anelli, campi. Campo dei razionali e dei reali. Esempi di strutture algebriche basate su un insieme numerico. Anello dei polinomi. Divisione fra polinomi: algoritmo.
n. prog. 7-8 *data 3 ottobre 2016* *lunedì*	*Argomento*
Lezione **x** Esercitazione Seminario	Spazio E^3_O dei vettori applicati nel punto O dello spazio euclideo: addizione di vettori. Corrispondenza biunivoca fra punti dello spazio e vettori applicati in O. Proprietà delle operazioni di addizione fra vettori; la struttura algebrica di gruppo per E^3_O con la somma di vettori; moltiplicazione per uno scalare; proprietà relative. Traslazione di un vettore fissato dei punti dello spazio. Span di un vettore.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 9 *data 5 ottobre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Span di due vettori. Dipendenza e indipendenza lineare nello spazio dei vettori applicati. Span di tre vettori linearmente indipendenti e basi di E^3_O.
n. prog. 10-11 *data 6 ottobre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Rappresentazione (coordinate) di un vettore su una base di E^3_O. Riferimento cartesiano ortogonale nello spazio; coordinate cartesiane. Equazioni di una retta in forma vettoriale e parametrica. Vettore direttore.
n. prog. 12-13 *data 10 ottobre 2016* *lunedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Differenza fra vettori e fra punti. Retta per due punti. Equazione di un piano in forma parametrica. Giacitura di un piano. Proiezioni ortogonali di un vettore su una retta e su un piano. Decomposizione unica di un vettore nelle due proiezioni ortogonali su retta e piano ortogonali. Prodotto scalare: definizione, proprietà di positività, commutatività (simmetria), bilinearità.
n. prog. 14-15 *data 12 ottobre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Piano per tre punti. Calcolo del prodotto scalare in termini delle coordinate cartesiane. Equazioni di un piano in forma cartesiana; vettore normale al piano. Esercizi di geometria analitica. Esempi. Passaggio da forma parametrica a forma cartesiana e viceversa per una rappresentazione di un piano. Equazioni di una retta in forma cartesiana.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 16-17 *data 13 ottobre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Conversione da rappresentazione cartesiana a parametrica e viceversa per una retta, Posizioni reciproche fra piani, fra rette; rette complanari (parallele o incidenti), rette sghembe. Posizioni reciproche fra piano e retta; fascio improprio di piani. Esempi. Distanza fra punti; fra piano e retta (con dimostrazione), fra punto e retta (applicazione). Esercizi di riepilogo.
n. prog. 18-19 *data 17 ottobre 2016* *lunedì mattina*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Le n-uple di numeri reali: operazione interna di addizione e esterna di moltiplicazione per uno scalare. Spazi vettoriali astratti: esempi; vettori colonna a componenti in un campo; spazi vettoriali R^n ; vettori colonna. Spazi vettoriali astrati generali: definizioni e altri esempi (polinomi, [da fare] funzioni continue). Analogie con la casistica e la terminologia introdotta in $E^3{}_O$. Proprietà e proposizioni elementari per spazi vettoriali (leggi di annullamento, cancellazione, ecc.). Esempi di sottospazi in $E^3{}_O$. Sottospazi vettoriali: definizione mediante le proprietà di chiusura.
n. prog. 20-21 *data 19 ottobre 2016* *mercoledì mattina*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Esempi di sottospazi vettoriali in $E^3{}_O$ e R^n. Sottospazio vettoriale intersezione. Sottospazio vettoriale somma di due sottospazi vettoriali. Definizioni e dimostrazioni: l'intersezione e la somma sono sottospazi vettoriali; controesempio: l'unione di due sottospazi in generale non è un sottospazio vettoriale. Dimostrazione del teorema per la somma di due sottospazi (sottospazio vettoriale); esempi geometrici, prime proprietà della somma di sottospazi.
n. prog. 22-23 *data 20 ottobre 2016* *giovedì mattina*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Proprietà della somma di sottospazi. Esempi geometrici e in R^n. Somma di più sottospazi. Sottospazio vettoriale generato da una lista di vettori (Span); proprietà fondamentali. Proprietà dello Span di una lista di vettori (lemma, corollario di inclusione; generatori superflui). Caso modello dello spazio $E^3{}_O$.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 24-25 *data 24 ottobre 2016* *lunedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Dipendenza ed indipendenza lineare. Definizioni equivalenti di indipendenza lineare e proprietà fondamentali. Caso modello dello spazio E^3_O. Formulazione equivalente delle condizioni per l'indipendenza lineare (controllo "in cascata"). Spazi vettoriali finitamente generati, definizione di base. Esempi di spazi non finitamente generati. Coordinate di un vettore su una base. Rappresentazione di un vettore di R^n sulla base canonica. ____
n. prog. 26-27 *data 26 ottobre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Esempi di sottospazi vettoriali nello spazio dei polinomi nella variabile x. Proprietà di liste di vettori indipendenti e dipendenti. Algoritmi di estrazione/completamento di basi di uno spazio vettoriale; teorema di esistenza della base. Introduzione del teorema della base; definizione di dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Proprietà fondamentale della base (aggiunta/cancellazione di vettori). Lemma fondamentale di sostituzione. Proprietà di una lista di vettori indipendenti in uguale numero di una base. Teorema della base (con dimostrazione). ____
n. prog. 28-29 *data 27 ottobre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Sottospazi finitamente generati; lemma fondamentale di dimensione per sottospazi di spazi finitamente generati. Esempi: ricerca della base di un sottospazio vettoriale somma/intersezione di due sottospazi. Generatori e basi dei sottospazi somma e intersezione. Somma diretta fra due sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann (senza dimostrazione). Uso della formula di Grassmann. Somma diretta di k sottospazi; definizione ed esempi. ____

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 30-31 *data 2 novembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Complementare di un sottospazio; esempi e controesempi: retta-piano e due piani in E^3_O; infinità di complementari di un sottospazio fissato. Matrici a entrate reali e elementi, colonne, righe vettori riga e vettori colonna. Addizione fra matrici di uguale ordine, matrice nulla; proprietà; struttura di gruppo per $M_R(k, n)$. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare; proprietà. Spazio vettoriale delle matrici rettangolari $M_R(k, n)$, e a entrate in un campo; generatori, base canonica, dimensione. Prodotto matrice-vettore come combinazione lineare delle colonne della matrice secondo le componenti del vettore.
n. prog. 32-33 *data 3 novembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Prodotto matrice-vettore e matrice-matrice; proprietà. Prodotto fra matrici; dimostrazione della proprietà associativa. Anello delle matrici quadrate a entrate in campo reale. Matrice identità: proprietà fondamentali.
n. prog. 34-35 *data 7 novembre 2016* *lunedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Interpretazione del prodotto fra matrici come prodotto "righe per colonne". Il prodotto tra matrici quadrate e l'invertibilità; matrice inversa. Condizioni equivalenti all'invertibilità di una matrice quadrata: unicità della soluzione del sistema associato, indipendenza lineare delle colonne. Teorema per l'inversa di una matrice quadrata le cui colonne sono una base di R^n *con dimostrazione*. Proprietà della matrice inversa; inversa del prodotto e prodotto di matrici invertibili; legge di annullamento.

n. prog. 36-37 *data 9 novembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Gruppo lineare delle matrici di ordine *n*. Determinante di una matrice; definizione con la formula di sviluppo sulla prima colonna. Trasposta di una matrice e proprietà. Matrici simmetriche e antisimmetriche; sottospazi relativi e somma diretta: decomposizione unica di una matrice in una parte simmetrica e una antisimmetrica. Formula per il calcolo del determinante secondo la prima colonna di una matrice quadrata. Esempio per il caso di una matrice quadrata di ordine 2, 3 e 4. Teoremi dello sviluppo sulla prima riga; teorema (formula) di Laplace per lo sviluppo secondo una riga o una colonna qualunque (*senza dimostrazione*).
n. prog. 38-39 *data 10 novembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Proprietà caratteristiche della funzione determinante. Prime proprietà derivate della funzione determinante. Proprietà fondamentale del determinante per l'invertibilità: se le colonne sono linearmente dipendenti, il determinante è nullo. Operazione di trasposizione; proprietà relative. Matrici simmetriche e antisimmetriche, decomposizione unica di una matrice in una simmetrica e una antisimmetrica. Teoremi sul determinante della matrice trasposta (con dimostrazione). Il determinante della matrice trasposta coincide con quello della matrice originaria: formulazione delle proprietà del determinante relativamente alle righe.] Esempi di calcolo di determinante e di sue semplificazione mediante l'applicazione delle proprietà. Teorema di Binet e sue conseguenze sull'invertibilità di una matrice quadrata. Coincidenza fra l'insieme delle matrici non singolari e il gruppo lineare.
n. prog. 40-41 *data 16 novembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Sottospazi delle matrici triangolari superiori e inferiori; matrici diagonali. Determinante di matrici triangolari (e diagonali). Sistemi quadrati non singolari; teorema di Cramer per la matrice inversa (con dimostrazione). Rango di una matrice (dimensione del sottospazio generato dai vettori colonna). Prime proprietà del rango. Rango e minori: il rango coincide con r_{MAX} della matrice: teorema per il rango massimo dei minori non nulli (senza dimostrazione).

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 42-43 *data 17 novembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Regola di Kronecker degli orlati (senza dimostrazione). Rango di una matrice con parametri. Sistemi lineari; notazione matriciale. Sistemi risolvibili e teorema di Rouché-Capelli (con dimostrazione). Unicità della soluzione; esempi geometrici.
n. prog. 44-45 *data 23 novembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Rango della matrice trasposta; conseguenze sulle righe di una matrice. Regola di Cramer per la soluzione di un sistema quadrato non singolare (con dimostrazione). Sistemi omogenei; risolubilità dei sistemi omogenei; primo teorema di struttura: l'insieme delle soluzioni è un sottospazio vettoriale. Teorema delle dimensioni per il nucleo di una matrice. Varietà lineare (sottospazio affine); secondo teorema di struttura per le soluzioni di un sistema lineare di k equazioni in n incognite. Esempi di applicazione del teorema di struttura per sistemi lineari, esempi geometrici. Sistemi triangolari non singolari, risoluzione all'indietro; triangolazione di un sistema quadrato non singolare (algoritmo di Gauss).
n. prog. 46-47 *data 24 novembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Matrici a scala. Lemma del rango. Eliminazione di Gauss per sistemi lineari qualunque e riduzione a sistemi a scala. Lemma dell'immagine e del nucleo di una matrice a scala. Esempi di sistemi risolti mediante matrice a scala. Equazioni lineari di un sottospazio vettoriale di R^n. Determinazione delle equazioni mediante la riduzione a scala. Discussione di sistemi lineari parametrici (a un parametro). Funzioni lineari. Applicazioni lineari definite da una matrice fra spazi di vettori colonna reali: proprietà di linearità.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 48-49 *data 29 novembre 2016* *martedì*	
Lezione **X** Esercitazione Seminario	*[al posto di M.G. Mora]* Applicazioni lineari generali fra spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali **non** finitamente generati (derivata). Immagine di un sottospazio vettoriale. Sottospazi vettoriali nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Generatori del sottospazio immagine. Teorema delle dimensioni. Esempi di sottospazi vettoriali nello spazio dei polinomi e in quello delle funzioni continue.
n. prog. 50-51 *data 30 novembre 2016* *mercoledì*	
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Dimostrazione e applicazioni del teorema delle dimensioni. Iniettività di applicazioni lineari. Determinazione di nucleo e immagine di applicazioni lineari definite da matrici. Iniettività e suriettività di applicazioni lineari. Isomorfismi e teoremi relativi: dimensione del kernel di un'applicazione lineare; indipendenza lineare; immagine di una base. Isomorfismo di rappresentazione. Esempi di spazi vettoriali isomorfi. Matrice di rappresentazione di un'applicazione lineare.
n. prog. 52-53 *data 1 dicembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Equivalenza della dipendenza lineare per i vettori e per le loro rappresentazioni. Matrice di cambio di base dalla base canonica di R^n verso una base qualunque. Il problema del cambio di base dalla base di uno spazio vettoriale a una seconda base generica. La matrice di cambio di base. Matrici di rappresentazione di un'applicazione lineare su basi differenti. Matrici simili e rappresentazioni su basi diverse di un operatore lineare di uno spazio vettoriale $\mathcal{V}$ in sé. Lemma della traccia (dimostrazione caso 3X3 esplicita) e traccia di matrici simili. Invarianti per similitudine: rango, traccia, determinante: condizione necessaria, ma non sufficiente (dimostrazioni e controesempio da fare). Esempi di problemi sulle applicazioni lineari.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 54-55 *data 7 dicembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **x** Esercitazione Seminario	Invarianti per similitudine: condizione necessaria, ma non sufficiente (con dimostrazioni e controesempio). Isomorfismo di trasposizione della matrice. Autovalore ed autovettore per un operatore lineare qualunque e di una matrice; corrispondenza tra autovalori e autovettori di un operatore e della matrice associata. Autospazi: definizione e proprietà. Ricerca degli autovalori di una matrice: equazione caratteristica. Esempi. Polinomio caratteristico e sue proprietà. Polinomi caratteristici di matrici simili. Radici di un polinomio e molteplicità. Algoritmo di divisione fra polinomi (ripasso). Teorema e regola di Ruffini. Molteplicità di una radice di polinomio. Divisione fra polinomi e teorema di Ruffini. Decomposizione di un polinomio in campo reale ed in campo complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (enunciato); lemma della radice complessa coniugata (senza dimostrazione), fattorizzazione in termini lineari e quadratici di un polinomio reale (dimostrazione) e corollario della radice reale per polinomi di grado dispari (dimostrazione). Esempi di fattorizzazione di polinomi in campo reale ed in campo complesso. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.
n. prog. 56-57 *data 14 dicembre 2016* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **x** Esercitazione Seminario	Limitazioni per la molteplicità geometrica. Autovalori regolari. La matrice di rappresentazione di un operatore L su una base è diagonale se e solo se la base è formata da autovettori di L. Definizione di diagonalizzabilità di una matrice, di un operatore. Equivalenza fra esistenza di base di R^n formata da autovettori di una matrice e similitudine con matrice diagonale. Un operatore è diagonalizzabile se e solo se lo è la sua matrice rappresentativa su una base qualunque.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 58-59 *data 15 dicembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Teorema sulla somma diretta di autospazi. Condizione necessaria di diagonalizzabilità di matrici (polinomio caratteristico totalmente decomponibile in campo reale). Primo e secondo criterio per la diagonalizzabilità di una matrice. Esempi di diagonalizzazioni e di matrici non diagonalizzabili. Determinante e traccia di matrici con polinomio totalmente decomponibile in R. Prodotto scalare canonico in R^n; elementi della matrice prodotto fra matrici AB come p.s.
n. prog. 60-61 *data 22 dicembre 2016* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Norma indotta dal prodotto scalare. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; disuguaglianza triangolare. Angolo fra vettori. Sistemi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle liste ortogonali. Basi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle componenti di un vettore su base ortogonale o ortonormale; coefficienti di Fourier. Proprietà delle basi ortonormali. Algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Distanza e metrica. Proprietà delle basi ortogonali: formula di Parseval, teorema di Pitagora generalizzato. Matrici ortogonali; definizione e motivazione. Condizione necessaria sul determinante di una matrice ortogonale. Caratterizzazione dei vettori righe/colonne di una matrice ortogonale. Condizioni necessarie e sufficienti per una matrice ortogonale (colonne base ortonormale di R^n; conservazione del prodotto scalare; matrice di cambio di base fra basi ortonormali).

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 62-63 *data 9 gennaio 2017* *lunedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Matrici ortogonali 2X2; gruppo ortogonale di ordine *n* e gruppo ortogonale speciale. Teorema di Eulero per le matrici ortogonali di ordine 3. Matrici simmetriche: teorema spettrale e suo corollario. Sottospazio ortogonale ad un insieme di vettori. Applicazioni del teorema spettrale: forme quadratiche; forma canonica e segno di una forma quadratica; legame con gli autovalori. Esempi di proiezioni e complementi ortogonali. ____
n. prog. 64-65 *data 11 gennaio 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Proiezione ortogonale e sottospazio ortogonale di un sottospazio vettoriale: dimensione del complemento ortogonale; somma diretta. Esempio di diagonalizzazione con teorema spettrale. Studio del segno di una forma quadratica. Esercizi di riepilogo. ____
n. prog. 66-67 *data 12 gennaio 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Proiezione ortogonale. Esempi di proiezioni e complementi ortogonali. Esercizi di riepilogo. ____

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate 30L+30E

- Numero lezioni effettivamente impartite ...... 30 .....

- Numero esercitazioni effettivamente impartite ...... 37 .....

- Numero dei seminari svolti .... 8 .....

- Numero lezioni perdute per malattie .... 0 .....

- Numero lezioni perdute per altri motivi ... 0

(inaugurazione anno accademico) 0

....

totale ore effettivamente impartite ... 67 ..

<u>Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione (per un totale di 67 ore) sono state IMPARTITE DAL DOCENTE</u>

IL DOCENTE

..

Visto del Preside ....

Visto del Direttore (*) ....

(*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di ricerca