UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

REGISTRO

DELLE LEZIONI-ESERCITAZIONI- SEMINARI

Anno accademico 2017/18

Cognome e Nome **BISI FULVIO**

Qualifica PROFESSORE ASSOCIATO MAT/07

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

Insegnamento di GEOMETRIA E ALGEBRA (500473)

Impartito presso**: FACOLTA' DI INGEGNERIA**

Corso di laurea INGEGNERIA INDUSTRIALE e altri (A-K).

Corso di laurea specialistica/magistrale ....

Corso di laurea interfacoltà ....

Scuole di Specializzazione ....

Scuole di Dottorato di ricerca...

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 1-2 *data 4 ottobre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Insiemi, sottoinsiemi; insieme delle parti. Quantificatori esistenziali e universali; negazioni. Implicazione; condizione necessaria e/o sufficiente. Enunciato contronominale di un teorema. Funzioni o applicazioni; immagine e controimmagine; iniettività, suriettività; corrispondenze biunivoche.
n. prog. 3-4 *data 5 ottobre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Spazio $E^3{}_O$ dei vettori applicati nel punto O dello spazio euclideo: addizione di vettori. Corrispondenza biunivoca fra punti dello spazio e vettori applicati in O. Proprietà delle operazioni di addizione fra vettori; la struttura algebrica di gruppo per $E^3{}_O$ con la somma di vettori; moltiplicazione per uno scalare; proprietà relative. Traslazione di un vettore fissato dei punti dello spazio. Span di un vettore.
n. prog. 5 *data 6 ottobre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione X Seminario	Span di due vettori. Dipendenza e indipendenza lineare nello spazio dei vettori applicati. Span di tre vettori linearmente indipendenti e basi di $E^3{}_O$. Rappresentazione (coordinate) di un vettore su una base di $E^3{}_O$. Riferimento cartesiano ortogonale nello spazio; coordinate cartesiane.
n. prog. 6-7 *data 11 ottobre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Equazioni di una retta in forma vettoriale e parametrica. Vettore direttore. Differenza fra vettori e fra punti. Equazione di un piano in forma parametrica. Giacitura di un piano.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 8-9 *data 12 ottobre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Prodotto scalare: definizione, proprietà di positività, commutatività (simmetria), bilinearità (senza dimostrazione). Proiezioni ortogonali di un vettore su una retta e su un piano. Decomposizione unica di un vettore nelle due proiezioni ortogonali su retta e piano ortogonali. Calcolo del prodotto scalare in termini delle coordinate cartesiane. Differenza fra vettori; distanza fra punti. Equazioni di un piano in forma cartesiana; vettore normale al piano.
n. prog. 10 *data 13 ottobre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Equazioni di una retta in forma cartesiana. Retta per due punti. Piano per tre punti. Conversione da rappresentazione cartesiana a parametrica e viceversa per una retta, Esercizi di geometria analitica. Esempi. Passaggio da forma parametrica a forma cartesiana e viceversa per una rappresentazione di un piano. Esercizi di riepilogo. Distanza fra piano e retta (con dimostrazione).
n. prog. 11-12 *data 18 ottobre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Le n-uple di numeri reali: operazione interna di addizione e esterna di moltiplicazione per uno scalare. Spazi vettoriali astratti: esempi; vettori colonna a componenti in un campo; spazi vettoriali R^n; vettori colonna. Spazi vettoriali astrati generali: definizioni e altri esempi (polinomi, [da fare] funzioni continue). Analogie con la casistica e la terminologia introdotta in $E^3{}_O$. Proprietà e proposizioni elementari per spazi vettoriali (leggi di annullamento, cancellazione, ecc.). Esempi di sottospazi in $E^3{}_O$. Sottospazi vettoriali: definizione mediante le proprietà di chiusura.
n. prog. 13-14 *data 19 ottobre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Esempi di sottospazi vettoriali in $E^3{}_O$ e R^n. Sottospazio vettoriale intersezione. Sottospazio vettoriale somma di due sottospazi vettoriali. Definizioni e dimostrazioni: l'intersezione e la somma sono sottospazi vettoriali; controesempio: l'unione di due sottospazi in generale non è un sottospazio vettoriale. Esempi geometrici. Proprietà della somma di sottospazi. Esempi geometrici e in R^n.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 15 *data 20 ottobre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Esempi di sottospazi vettoriali nello spazio dei polinomi nella variabile *x*. Combinazione lineare. Somma di più sottospazi. Sottospazio vettoriale generato da una lista di vettori (Span); proprietà fondamentali. Esercizi di applicazioni sugli spazi vettoriali (proprietà di base, legge di annullamento del prodotto). Distanza fra punto e retta (applicazione), esercizi di geometria analitica.
n. prog. 16-17 *data 25 ottobre 2017* *mercoledì mattina*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Proprietà dello Span di una lista di vettori (lemma, corollario di inclusione; generatori superflui). Dipendenza ed indipendenza lineare. Definizioni equivalenti di indipendenza lineare e proprietà fondamentali. Formulazione equivalente delle condizioni per l'indipendenza lineare (controllo "in cascata"). Spazi vettoriali finitamente generati,
n. prog. 18 *data 27 ottobre 2017* *venerdì mattina*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Definizione di base. Coordinate di un vettore su una base. Rappresentazione di un vettore di R^n sulla base canonica. Posizioni reciproche fra piani, fra rette; rette complanari (parallele o incidenti), rette sghembe. Posizioni reciproche fra piano e retta (fascio improprio di piani). Esempi.
n. prog. 19-20 *data 2 novembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Proprietà di liste di vettori indipendenti e dipendenti. Algoritmi di estrazione/completamento di basi di uno spazio vettoriale; teorema di esistenza della base. Introduzione del teorema della base; definizione di dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Esempi di spazi non finitamente generati. Proprietà fondamentale della base (aggiunta/cancellazione di vettori). Lemma fondamentale di sostituzione. Proprietà di una lista di vettori indipendenti in uguale numero di una base. Teorema della base (con dimostrazione).

n. prog. 21 *data 3 novembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione X Seminario	Sottospazi finitamente generati; lemma fondamentale di dimensione per sottospazi di spazi finitamente generati. Esempi: ricerca della base di un sottospazio vettoriale somma/intersezione di due sottospazi. Generatori e basi dei sottospazi somma e intersezione. Somma diretta fra due sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann (senza dimostrazione). Uso della formula di Grassmann. Somma diretta di k sottospazi; definizione ed esempi. Complementare di un sottospazio; esempi e controesempi: retta-piano e due piani in E^3_O.
n. prog. 22-23 *data 8 novembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Matrici a entrate reali e elementi, colonne, righe vettori riga e vettori colonna. Addizione fra matrici di uguale ordine, matrice nulla; proprietà; struttura di gruppo per $M_R(k, n)$. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare; proprietà. Spazio vettoriale delle matrici rettangolari $M_R(k, n)$, e a entrate in un campo; generatori, base canonica, dimensione. Prodotto matrice-vettore come combinazione lineare delle colonne della matrice secondo le componenti del vettore.
n. prog. 24-25 *data 9 novembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione Seminario	50 anni di Ingegneria e conferimento laurea h.c. al Cap. Samantha Cristoforetti.
n. prog. 24 *data 10 novembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione X Seminario	Prodotto matrice-vettore e matrice-matrice; proprietà. Interpretazione del prodotto fra matrici come prodotto "righe per colonne". Prodotto fra matrici; proprietà associativa (senza dimostrazione), proprietà distributiva sulla somma di matrici, proprietà di omogeneità; altre proprietà. (Anello delle matrici quadrate a entrate in campo reale). Matrice identità: proprietà fondamentali. Il prodotto tra matrici quadrate e l'invertibilità; matrice inversa.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 25-26 *data 15 novembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Proprietà della matrice inversa; inversa del prodotto e prodotto di matrici invertibili; legge di annullamento. Teorema fondamentale per la matrice inversa (se le colonne della matrice sono linearmente indipendenti la matrice è invertibile). Esempi di calcolo di inversa. Condizioni equivalenti di invertibilità (unicità della soluzione del sistema quadrato, indipendenza lineare delle colonne). Gruppo lineare delle matrici di ordine *n*. Operazione di trasposizione e proprietà fondamentali. Matrici simmetriche e antisimmetriche: caratterizzazione come sottospazi vettoriali.
n. prog. 27-28 *data 16 novembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Sottospazi delle matrici simmetriche e antisimmetriche, somma diretta: decomposizione unica di una matrice in una parte simmetrica e una antisimmetrica; verifica della formula di Grassmann. Complementare di un sottospazio vettoriale; infinità di complementari di un sottospazio fissato; decomposizione unica nei due sottospazi complementari. Esempi geometrici. Definizione ricorsiva di determinante. Esempio per il caso di una matrice quadrata di ordine 2, 3 e 4. Teoremi dello sviluppo sulla prima riga; teorema (formula) di Laplace per lo sviluppo secondo una riga o una colonna qualunque (*senza dimostrazione*). Teorema per il determinante della matrice trasposta (*senza dimostrazione*). Proprietà caratteristiche fondamentali della funzione determinante. Prime proprietà derivate della funzione determinante. Formulazione delle proprietà del determinante relativamente alle righe.
n. prog. 29-30 *data 17 novembre 2017* *venerdì mattina*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	*(Lezione straordinaria in sostituzione di Gianazza-Lisini)* Proprietà derivate del determinante; proprietà per l'invertibilità: se le colonne sono linearmente dipendenti, il determinante è nullo. Teorema di Binet e sue conseguenze sull'invertibilità di una matrice quadrata; corollari. Coincidenza fra l'insieme delle matrici non singolari e il gruppo lineare. Matrici triangolari superiori, matrici triangolari inferiori, matrici diagonali. Esempi di calcolo di determinante e di sue semplificazione mediante l'applicazione delle proprietà. Teorema di Cramer per la matrice inversa (senza dimostrazione)

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 31 *data 17 novembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Esercizi di riepilogo sul determinante delle matrici. Simulazione di prova di teoria e correzione.
n. prog. 32-33 *data 22 novembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Rango di una matrice (dimensione del sottospazio generato dai vettori colonna). Prime proprietà del rango. Rango e minori: il rango coincide con r_{MAX} della matrice: teorema per il rango massimo dei minori non nulli (senza dimostrazione). Regola di Kronecker degli orlati (senza dimostrazione). Rango della matrice trasposta; conseguenze sulle righe di una matrice. Esempi; riduzione a scala.
n. prog. 34-35 *data 23 novembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Sistemi lineari; notazione matriciale. Sistemi lineari risolvibili e teorema di Rouché-Capelli (con dimostrazione). Unicità della soluzione; esempi geometrici. Regola di Cramer per la soluzione di un sistema quadrato non singolare (con dimostrazione). Sistemi lineari omogenei; risolubilità dei sistemi omogenei. Rango di una matrice con parametri.
n. prog. 36-37 *data 24 novembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	*(due ore la mattina al posto di Lisini-Gianazza; no pomeriggio)* Sistemi lineari: primo teorema di struttura: l'insieme delle soluzioni di $AX = B$ è un sottospazio vettoriale (Ker A). Teorema delle dimensioni per il nucleo di una matrice (solo traccia della dimostrazione). Varietà lineare (sottospazio affine); secondo teorema di struttura per le soluzioni di un sistema lineare di k equazioni in n incognite. Esempi di applicazione del teorema di struttura per sistemi lineari, esempi geometrici. Sistemi triangolari non singolari, risoluzione all'indietro; triangolazione di un sistema quadrato non singolare (algoritmo di Gauss).

n. prog. 38-39 *data 29 novembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Matrici a scala. Lemma del rango. Eliminazione di Gauss per sistemi lineari qualunque e riduzione a sistemi a scala. Lemma dell'immagine e del nucleo di una matrice a scala. Esempi di sistemi risolti mediante matrice a scala. Equazioni lineari di un sottospazio vettoriale di R^n. Determinazione delle equazioni mediante la riduzione a scala. Discussione di sistemi lineari parametrici (a un parametro).
n. prog. 40-41 *data 30 novembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Funzioni lineari. Applicazioni lineari definite da una matrice fra spazi di vettori colonna reali: proprietà di linearità. Applicazioni lineari generali fra spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali **non** finitamente generati (derivata). Immagine di un sottospazio vettoriale. Sottospazi vettoriali nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Generatori del sottospazio immagine. Teorema delle dimensioni. Esempi di sottospazi vettoriali nello spazio dei polinomi e in quello delle funzioni continue. Enunciato e dimostrazione del teorema delle dimensioni per spazi vettoriali finitamente generati qualunque.
n. prog. 42 *data 1 dicembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Applicazioni del teorema delle dimensioni. Iniettività di applicazioni lineari. Isomorfismi e teoremi relativi: dimensione del kernel di un'applicazione lineare; indipendenza lineare; immagine di una base. Isomorfismo di rappresentazione (coordinate di un vettore su una base).

n. prog. 43-44 *data 6 dicembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Isomorfismi: definizione, cn&s. Esempi di spazi vettoriali isomorfi. Equivalenza della dipendenza lineare per i vettori e per le loro rappresentazioni. Isomorfismo di trasposizione della matrice. Matrice di rappresentazione di un'applicazione lineare; casi particolare dell'applicazione associata a una matrice data. Esempi di tema d'esame sulle app. lineari e applicazioni. Esempi di problemi sulle applicazioni lineari. Determinazione di nucleo e immagine di applicazioni lineari definite da matrici. Iniettività e suriettività di applicazioni lineari mediante la matrice rappresentativa.
n. prog. 45-46 *data 7 dicembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Matrice di cambio di base dalla base canonica di R^n verso una base qualunque. Il problema del cambio di base dalla base di uno spazio vettoriale a una seconda base generica. Matrici di rappresentazione di un'applicazione lineare su basi differenti. Matrici simili e rappresentazioni su basi diverse di un operatore lineare di uno spazio vettoriale $\mathcal{V}$ in sé. Lemma della traccia (dimostrazione caso 3X3 esplicita e generale) e traccia di matrici simili. Invarianti per similitudine: condizione necessaria, ma non sufficiente (con dimostrazioni e controesempio). Rotazioni nel piano come applicazioni lineari e matrici di rappresentazione corrispondenti.

n. prog. 47-48 *data 13 dicembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Autovalore ed autovettore per un operatore lineare qualunque e di una matrice; corrispondenza tra autovalori e autovettori di un operatore e della matrice associata. Autospazi: definizione e proprietà. Ricerca degli autovalori di una matrice: equazione caratteristica. Esempi. Polinomio caratteristico e sue proprietà.
n. prog. 49-50 *data 14 dicembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione **X** Esercitazione Seminario	Polinomi caratteristici di matrici simili. Divisione fra polinomi e teorema di Ruffini. Radici di un polinomio e molteplicità. Algoritmo di divisione fra polinomi (ripasso). Molteplicità di una radice di polinomio. Decomposizione di un polinomio in campo reale ed in campo complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (enunciato); fattorizzazione in termini lineari e quadratici di un polinomio reale (**senza** dimostrazione). Esempi di fattorizzazione di polinomi in campo reale ed in campo complesso. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Limitazioni per la molteplicità geometrica. La matrice di rappresentazione di un operatore L su una base è diagonale se e solo se la base è formata da autovettori di L. Definizione di diagonalizzabilità di una matrice, di un operatore. Equivalenza fra esistenza di base di R^n formata da autovettori di una matrice e similitudine con matrice diagonale. Un operatore è diagonalizzabile se e solo se lo è la sua matrice rappresentativa su una base qualunque. Condizione necessaria di diagonalizzabilità di matrici (polinomio caratteristico totalmente decomponibile in campo reale). Primi esercizi sugli autovalori.
n. prog. 51 *data 15 dicembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Teorema sulla somma diretta di autospazi. Condizione sufficiente di diagonalizzabilità (spettro di autovalori semplici). Primo e secondo criterio per la diagonalizzabilità di una matrice. Autovalori regolari. Esempi. Determinante e traccia di una matrice con polinomio caratteristico totalmente decomponibile in R. Esercizi.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

n. prog. 52-53 *data 20 dicembre 2017* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Lemma della radice complessa coniugata (dimostrazione), e corollario della radice reale per polinomi di grado dispari (dimostrazione). Prodotto scalare canonico in R^n; elementi della matrice prodotto fra matrici AB come p.s. Norma indotta dal prodotto scalare. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; disuguaglianza triangolare. Angolo fra vettori. Sistemi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle liste ortogonali.
n. prog. 54-55 *data 21 dicembre 2017* *giovedì*	*Argomento*
Lezione X Esercitazione Seminario	Basi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle componenti di un vettore su base ortogonale o ortonormale; coefficienti di Fourier. Proprietà delle basi ortonormali. Distanza e metrica. Proprietà delle basi ortogonali: formula di Parseval, teorema di Pitagora generalizzato. Sottospazio ortogonale un insieme di vettori. Proiezione ortogonale e sottospazio ortogonale di un sottospazio vettoriale: dimensione del complemento ortogonale; somma diretta. Equazioni del complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale.
n. prog. 56 *data 22 dicembre 2017* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione X Seminario	Algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Esempi di proiezioni e complementi ortogonali. Proiezione ortogonale. Esempi di proiezioni e complementi ortogonali.

n. prog. 57-58 *data 10 gennaio 2018* *mercoledì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Matrici ortogonali; definizione e motivazione. Condizione necessaria sul determinante di una matrice ortogonale. Caratterizzazione dei vettori righe/colonne di una matrice ortogonale. Condizioni necessarie e sufficienti per una matrice ortogonale (colonne base ortonormale di R^n; conservazione del prodotto scalare; matrice di cambio di base fra basi ortonormali). Autovalori di una matrice ortogonale. Matrici ortogonali 2X2. Gruppo ortogonale O(n) di ordine n e gruppo ortogonale speciale SO(n). Matrici simmetriche: teorema spettrale e suo corollario.
n. prog. 59-60 *data 11 gennaio 2018* *giovedì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Applicazioni del teorema spettrale, esercizi. Esempio di diagonalizzazione con teorema spettrale. Esercizi di riepilogo. Forme quadratiche: definizione, matrice simmetrica associata, segnatura; forma canonica e segno di una forma quadratica; legame con gli autovalori.
n. prog. 61 *data 12 gennaio 2018* *venerdì*	*Argomento*
Lezione Esercitazione **X** Seminario	Studio del segno di una forma quadratica, cambio di variabile per la riduzione a forma canonica. Criterio dei minori incapsulati. Esercizi di riepilogo. Teorema di Eulero per le matrici ortogonali di ordine 3 (senza dimostrazione).

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate 30L+30E
- Numero lezioni effettivamente impartite ...... 30 .....
- Numero esercitazioni effettivamente impartite ...... 37 .....
- Numero dei seminari svolti .... 8 .....
- Numero lezioni perdute per malattie .... 0 .....
- Numero lezioni perdute per altri motivi ... 0

(inaugurazione anno accademico) 0

....

totale ore effettivamente impartite ... 67 ..

Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione (per un totale di 67 ore) sono state IMPARTITE DAL DOCENTE

IL DOCENTE

...

Visto del Preside ....

Visto del Direttore (*) ....

(*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di ricerca