

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di FISICA MATEMATICA.
(Ingegneria Civile e Ambientale)
A.A. 2017/2018. Docente: F. BISI.

1 Regole generali per l'esame

L'esame è costituito da una prova scritta e da una eventuale prova orale, in accordo con le regole pubblicate nel catalogo degli insegnamenti, consultabili direttamente seguendo il link riportato:

[http://www.unipv.eu/site/home/didattica/
catalogo-insegnamenti.html](http://www.unipv.eu/site/home/didattica/catalogo-insegnamenti.html).

La prova scritta si ritiene superata se lo studente riporta la valutazione di almeno 18/30. A discrezione del docente o su richiesta dello studente, verrà svolta una successiva prova orale, da espletare nello stesso appello; al termine della prova orale eventuale, l'esame potrà essere riprovato o approvato con una valutazione che tiene conto degli esiti dello scritto e dell'orale. L'eventuale prova orale *di norma* viene sostenuta nei giorni successivi al giorno della prova scritta, secondo un calendario che verrà comunicato agli Studenti dalla Commissione giudicatrice. **A discrezione della commissione**, agli studenti che hanno titolo a conseguire una valutazione di almeno 27/30 nel primo appello della sessione estiva potrà essere concesso di sostenere la prova orale in concomitanza con il secondo appello della sessione invernale, conservando la valutazione della prova scritta.

Se, anche a seguito della eventuale prova orale, l'esame viene riprovato, o lo studente decide di rifiutare il voto, è necessario ripetere ***entrambe*** le prove (scritta ed eventuale orale) per ricevere una nuova valutazione. **Il ritiro, durante una qualunque delle prove d'esame, equivale al non superamento dell'esame stesso.**

Durante le prove d'esame, non è consentito l'uso né di libri, né di appunti, né di calcolatrici tascabili, né di telefoni cellulari/smartphone/tablet o qualunque altro dispositivo elettronico che consenta il calcolo o la connessione alla rete internet; è altresì rigorosamente vietato comunicare con altre persone (esclusi i membri della commissione) con qualsiasi mezzo diretto (vocale, gestuale, scritto, ecc.) o indiretto (cellulare, SMS, email ecc.).

La violazione delle norme relative al paragrafo precedente comporta l'esclusione INAPPELLABILE dalla prova. L'iscrizione alle prove scritte online

sul sito di Facoltà è OBBLIGATORIA. Ulteriori informazioni ed integrazioni alle presenti norme nel sito del docente:

<http://matematica.unipv.it/it/people/2042>.

2 Materiale didattico

Il corso viene modellato seguendo il testo pubblicato in collaborazione con gli altri docenti dei corsi paralleli presso la sede di Pavia:

Fulvio Bisi, Riccardo Rosso:
Introduzione alla Meccanica Teorica.
Edizioni La Dotta - Casalecchio di Reno (BO)

Per aiutare nella ricerca degli argomenti del programma svolti ed elencati di seguito, vengono indicate le sezioni del testo adottato (richiamato con la sigla [BR]) in cui trovare la corrispondente trattazione.

La notazione e l'impostazione seguono quelle del corso di Geometria e Algebra; si rimanda al testo del corso per i dettagli e il richiamo dei prerequisiti:

- [BBB] F. Bisi, F. Bonsante, S. Brivio: Lezioni di Algebra Lineare con Applicazioni alla Geometria Analitica. Edizioni La Dotta - Casalecchio di Reno (BO)

Oltre al sito segnalato sopra, viene messo a disposizione materiale vario su tutti gli argomenti svolti nel corso negli anni passati (link al sito diretto). In particolare, nella pagina del prof. R. Rosso dedicata alla didattica nel sito di Dipartimento si trova una raccolta di esercizi e vecchie prove d'esame, alcune con risposte corrette e/o risoluzione dei problemi.

In aggiunta al testo consigliato e al materiale online, gli studenti possono consultare altri testi di algebra lineare e meccanica razionale; fra i libri di testo integrativi suggeriti vi sono i seguenti:

- [R] R. Rosso "Esercizi e complementi di Meccanica Razionale", Ed. McGraw-Hill Italia, Milano.
- [BPV] P. Biscari, C. Poggi, E.G. Virga, "Mechanics Notebook", Ed. Liguori Editori, Napoli.
- [BRSV] P. Biscari, T. Ruggeri, G. Saccomandi, M. Vianello, "Meccanica Razionale per l'Ingegneria", Ed. Monduzzi Editoriale, Milano.

3 Programma del corso

In grassetto sono indicati i teoremi o gli argomenti per i quali è richiesta la dimostrazione; le altre dimostrazioni potranno essere richieste, assieme ad altro, per valutare il livello di preparazione. Vengono riportati riferimenti *indicativi* della collocazione degli argomenti elencati nelle dispense. Vengono anche indicati esplicitamente alcuni prerequisiti, che –anche se non trattati direttamente o estesamente nel corso– sono necessari alla comprensione dei suoi contenuti.

3.1 (Prerequisiti e complementi)

Nozioni di base di algebra, trigonometria, geometria e algebra lineare, analisi matematica; in particolare:

- polinomi e loro radici, equazioni e disequazioni di secondo grado, funzioni goniometriche elementari, formule per seno/coseno/tangente di angoli somma e differenza, formule di duplicazione e bisezione, formule di prostaferesi/Werner, trigonometria di base (formule per i triangoli rettangoli, teorema dei seni, teorema di Carnot del coseno, area del triangolo e del parallelogramma);
- vettori applicati e geometria analitica nello spazio (rette e piani, direzione di una retta e vettore normale a un piano, rappresentazione parametrica e cartesiana, prodotto scalare, distanze);
- spazi e sottospazi vettoriali reali (dipendenza e indipendenza lineare, generatori e basi di uno spazio [sottospazio] vettoriale, coordinate di un vettore su una base, somma e somma diretta di sottospazi, formula di Grassmann);
- matrici (somme e prodotti, invertibilità, trasposizione, determinante e rango, matrice di cambio di base);
- sistemi lineari (risolubilità, teorema di Rouché-Capelli, soluzione di sistemi lineari, dimensione della soluzione);
- applicazioni lineari (kernel e immagine, teorema delle dimensioni, iniettività e suriettività, matrice di rappresentazione su basi prescelte);
- diagonalizzazione (autovalori, autovettori diagonalizzazione di una matrice o di un operatore lineare, polinomio caratteristico, criteri di diagonalizzabilità);

- struttura metrica (basi ortogonali e ortonormali, coordinate su una base ortogonale/ortonormale e prodotto scalare, matrici ortogonali, complemento ortogonale di un sottospazio, teorema spettrale);
- forme quadratiche (forma canonica, segnatura di una forma quadratica, criteri per determinare il segno di una forma quadratica).
- derivate totali e parziali di una funzione reale in una o più variabili reali, continuità e derivabilità, formula di Taylor in una o più variabili, derivate parziali e totali delle funzioni composte (“chain rule”), punti stazionari e criteri per la loro identificazione e classificazione, equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti omogenee e non omogenee.

Riferimenti: [BBB]: Capitoli da 1 a 8.

3.2 Richiami di algebra lineare

Lo spazio vettoriale \mathbb{E}_O^3 dei vettori applicati in un punto O ; spazio delle traslazioni nello spazio euclideo; versori, formula ‘dei tre punti’. Richiami su prodotto scalare e vettoriale; **prodotto misto** e **doppio prodotto vettoriale**; modulo dei vettori somma e differenza, **risoluzione dell’equazione vettoriale $\mathbf{x} \wedge \mathbf{a} = \mathbf{b}$** . Tensori del secondo ordine, traccia e determinante, matrice di rappresentazione su una base ortonormale; prodotto scalare fra tensori. Prodotto diadico, **formula di contrazione delle diadi**; diade trasposta, **matrice di rappresentazione di una diade, traccia di una diade**. Base canonica dello spazio dei tensori indotta dalla base ortonormale prescelta nello spazio delle traslazioni. **Proiettori ortogonali**. Tensore trasposto; tensori simmetrici: teorema spettrale. Tensori antisimmetrici: vettore assiale, asse di spin, **nucleo di un tensore antisimmetrico**. Tensori ortogonali, teorema di Eulero.

Riferimenti: [BR]: Capitolo 1 (Sezioni (1)1 – (1)7).

3.3 Vettori applicati

Teoria dei vettori applicati; momento di un vettore applicato rispetto a un polo prescelto, **cambio di polo e retta di applicazione**, momento assiale. Sistemi di vettori applicati: risultante, momento risultante, **formula di trasporto del momento; trinomio invariante; coppie**. **Asse centrale di un sistema di vettori applicati**. **Teorema di riduzione di sistemi**

di vettori applicati. **Sistemi a invariante scalare nullo: sistemi piani, forze parallele; centro di forze parallele.** Distribuzioni continue di vettori applicati.

Riferimenti: [BR]: Capitolo 2 (Sezioni (2)1 – (2)1.5).

3.4 Cinematica

Tensore di spin e formule di Poisson, velocità angolare. Cinematica relativa: osservatori relativo e assoluto, **velocità assoluta, relativa, di trascinamento; accelerazioni assoluta, relativa, complementare (di Coriolis), di Eulero, centripeta.** Sistemi di punti materiali; centro di massa di un sistema di punti materiali, **proprietà distributiva dei centri di massa.** Quantità di moto (momento lineare) e momento della quantità di moto (momento angolare); energia cinetica. **Primo e secondo teorema di König.** Moti rigidi alla Truesdell, osservatore solidale; atto di moto. **Formula fondamentale dell'atto di moto rigido; invariante scalare, asse del Mozzi (asse di moto);** traslazione, rotazione, rototraslazione. **Calcolo dell'energia cinetica per moti (corpi) rigidi.** Moti piani, **teorema di Chasles; coordinate polari nel piano, velocità angolare per una terna con e_3 fisso.**

Riferimenti: [BR]: Capitolo 3 (Sezioni (3)1 – (3)4.2).

3.5 Proprietà di inerzia

Tensore di inerzia, momento di inerzia rispetto a una retta passante per un punto, **invarianza rispetto al punto sulla retta prescelto, interpretazione geometrica del momento di inerzia.** Tensore centrale di inerzia. Base principale di inerzia, **momenti principali di inerzia e loro proprietà;** base e momenti principali centrali. **Teorema e formula di Huygens-Steiner. Teorema di composizione.** Sistemi materiali piani: **direzione principale ortogonale al piano, teorema degli assi perpendicolari; rotazione dei versori della terna del piano per la determinazione della terna principale.** Simmetrie materiali; **individuazione del centro di massa e della terna principale mediante le proprietà di simmetria materiale.** Teoremi di Pappo-Guldino. Tensori centrali di inerzia notevoli per corpi piani omogenei: asta, lamina rettangolare/quadrata, anello, disco; semianello e semidisco. Tensore centrale per cilindro e una sfera omogenei.

Riferimenti: [BR]: Capitolo 4 (Sezioni (4)1 – (4)4).

3.6 Dinamica generale

Postulati della dinamica classica, riferimenti non inerziali (forze apparenti). **Prima e seconda equazione cardinale della dinamica. Prima e seconda equazione cardinale della statica, condizione necessaria per l'equilibrio. Teorema dell'energia cinetica.** Dinamica del corpo rigido: **potenza di un sistema di forze per un corpo (o atto di moto) rigido.** Sufficienza delle equazioni cardinali della statica per un corpo rigido.

Riferimenti: [BR]: Capitolo 5 (Sezioni (5)1 – (5)3 (tranne (5)3.1)).

3.7 Equazioni di Lagrange

Vincoli olonomi e anolonomi, gradi di libertà; angoli di Eulero. Coordinate generalizzate o lagrangiane. Vincoli scleronomi e reonomi, **atto di moto (velocità) reale, virtuale, possibile.** Vincoli di puro rotolamento **nel piano.** Vincoli perfetti. **Equazioni di Lagrange in forma generale;** funzione lagrangiana, **equazioni di Lagrange in forma conservativa.** **Coordinate cicliche; integrali primi del moto (leggi di conservazione).** **equilibrio di sistemi olonomi.**

Riferimenti: [BR]: Capitolo 6 (Sezioni (6)1 – (6)5.2).

3.8 Stabilità

Stabilità dell'equilibrio nel senso di Ljapunov. Criterio di stabilità di Dirichlet-Lagrange, primo criterio di instabilità di Ljapunov. Modi normali di oscillazione: **calcolo nel caso di due gradi di libertà;** modo normale oscillante, iperbolico, lineare.

Riferimenti: [BR]: Capitolo 7 (Sezioni (7)1 – (7)3).

3.9 Statica dei continui unidimensionali

Ipotesi di Kirchhoff, assioma dei continui di Eulero. **Equazioni indefinite di equilibrio per un continuo unidimensionale, condizioni al bordo.** Statica di sistemi articolati; vincoli perfetti ricorrenti: **cerniera cilindrica e sferica, carrello, pattino, incastro.** Classificazione delle strutture rigide: struttura staticamente determinata, isostatica, iperstatica, labile. **Arco a tre cerniere.** Curve nello spazio e nel piano, terna intrinseca, curvatura, torsione. Fili perfettamente flessibili e inestendibili; tensione, **equazioni di equilibrio dei fili nella terna intrinseca.** Attrito statico e dinamico,

formula empirica di Coulomb. Fili appoggiati: **apoggio liscio (conservazione dell'energia), filo avvolto su supporto scabro (equazione dell'ormeggio)**. Fili pesanti sospesi: **conservazione della componente orizzontale della tensione, catenaria; curva dei ponti sospesi**.

Riferimenti: [BR]: 9 (Sezioni (9)1 – (9)6).