Fisica Matematica Appello del 20 pratile CCXXVI RF

☐ 0	☐ 0	☐ 0	☐ 0	☐ 0	☐ 0
☐ 1	☐ 1	☐ 1	☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☐ 2	☐ 2	☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☐ 3	☐ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4	☐ 4	☐ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5	☐ 5	☐ 5	☐ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6	☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7	☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8	☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9	☐ 9	☐ 9	☐ 9

⟵ Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

....

....

Domanda 1 Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,-1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,2,2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante $\mathscr{I}$.

☐ $\mathscr{I} = -5$. ☐ $\mathscr{I} = -9$. ☐ $\mathscr{I} = 1$. ☐ $\mathscr{I} = 9$.

Domanda 2 Sia $\mathcal{B}$ un sistema di punti materiali *nello spazio*, e siano I_1, I_2 ed I_3 i momenti centrali d'inerzia rispetto a $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, direzioni principali d'inerzia, con $0 < I_1 \leq I_2 \leq I_3$. Quale fra le seguenti affermazioni è *sempre* vera?

☐ Non esistono altre direzioni principali d'inerzia all'infuori di $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$.

☐ $I_3 = I_1 + I_2$.

☐ Se $I_1 = I_2 = I_3$ il tensore centrale d'inerzia è un multiplo dell'identità.

☐ Se $I_1 = I_2 = I_3$ il corpo è una sfera.

Domanda 3 ♣ Siano (q_1, q_2, q_3) le coordinate lagrangiane di un sistema olonomo a 3 gradi di libertà; siano $k_i > 0$, $i = 1, 2, \cdots$. Quali fra le seguenti sono espressioni possibili per l'energia potenziale del sistema?

☐ $V(q_1, q_2, q_3) = k_1 q_1^2 \dot{q}_2^2 + k_2 q_1 \dot{q}_2 \dot{q}_3$.

☐ $V(q_1, q_2, q_3) = k_1 q_1^2 \sin(q_2) - k_2 q_1 q_3$.

☐ $V(q_1, q_2, q_3) = k_1 q_1^2 q_2^2 + k_2 q_1 q_2 q_3$.

☐ $V(q_1, q_2, q_3) = k_1 q_1^2 + k_2 \cos(q_1)\sin(q_2) + k_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3$.

Domanda 4 Dati i tensori $\mathbf{A} = 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z$, e $\mathbf{B} = \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y$, calcolare $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$.

☐ $-5\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z - \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z + 3\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y$.

☐ $4\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x$.

☐ $\mathbf{O}$ (tensore nullo).

☐ $2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z$.

Domanda 5 Un filo PQ ideale di massa trascurabile e lunghezza $(1+\pi)R$ è appoggiato su un profilo semicircolare scabro con diametro AB orizzontale e con coefficiente di attrito statico $\mu = 1/\pi$; nell'estremo P coincidente con B viene applicata una forza verticale $\boldsymbol{f} = -f\boldsymbol{e}_y$, nell'estremo Q viene applicato un contrappeso di massa $2m$. Determinare la minima forza f necessaria per garantire l'equilibrio (vd Fig. 1).

- [ ] $f = \frac{2}{e}mg.$
- [ ] $f = \frac{e}{2}mg.$
- [ ] $f = 2e\,mg.$
- [ ] $f = \frac{2}{\pi}mg.$

Domanda 6 Sia $\mathbf{Q}(t)$ il tensore ortogonale che mappa una terna fissa $\mathcal{B}_0 = \{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z\}$ nella terna mobile $\mathcal{B}_t = \{\boldsymbol{e}_1(t), \boldsymbol{e}_2(t), \boldsymbol{e}_3(t)\}$. In base alle formule di Poisson, detto $\boldsymbol{\omega}$ il vettore velocità angolare della terna mobile $\mathcal{B}_t$ rispetto a quella fissa:

- [ ] $\dot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{e}_x.$
- [ ] $\dot{\boldsymbol{e}}_1 = (\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{e}_1)\boldsymbol{e}_1.$
- [ ] $\dot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{e}_1.$
- [ ] $\dot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{e}_2.$

Domanda 7 In un atto di moto rigido, dove $\boldsymbol{v}_O$ è la velocità del punto O ed $\boldsymbol{\omega}$ la velocità angolare, la potenza complessiva W di un sistema di forze di risultante $\boldsymbol{R}$ e momento risultante $\boldsymbol{M}_O$ rispetto ad O ha la seguente espressione:

- [ ] $W = \boldsymbol{v}_O \cdot \boldsymbol{R} + \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{M}_O$
- [ ] $W = \frac{1}{2}\boldsymbol{v}_O \cdot \boldsymbol{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{M}_O$
- [ ] $W = \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{R} + \boldsymbol{v}_O \cdot \boldsymbol{M}_O$
- [ ] $W = \boldsymbol{v}_0 \wedge \boldsymbol{R} + \boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{M}_O$

Domanda 8 Sia $\mathcal{F}$ un sistema di forze attive applicate in diversi punti del sistema. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- [ ] Se il risultante di $\mathcal{F}$ è nullo, esiste l'asse centrale del sistema $\mathcal{F}$.
- [ ] Se il momento del sistema $\mathcal{F}$ rispetto ad un polo O è nullo, esiste una retta passante per O rispetto ai punti della quale il momento del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.
- [ ] Se il trinomio invariante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo, esiste sempre una retta passante per O rispetto ai punti della quale il momento del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.
- [ ] Se il trinomio invariante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo, il risultante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.

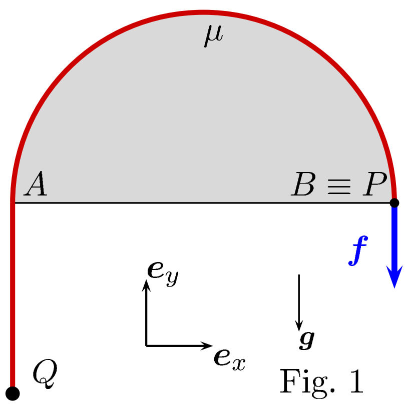

Fig. 1