

Corso di Algebra 1 - a.a. 2019-2020

Prova scritta del 01.09.2020

Esercizio 1

Sia $G := D_{2n} = \langle R, S \mid o(R) = 2n, o(S) = 2, SR = R^{-1}S \rangle$ il gruppo diedrale di ordine $4n$ con $n \geq 3$ e sia $H = \langle R^n \rangle$.

1. Dimostrare che H è normale in G .
2. Dire se G/H è abeliano.
3. Dire se G/H è isomorfo a D_n .

Esercizio 2

1. Sia R un anello commutativo e I e J due ideali primi di R . Dire se $I \cap J$ è primo.
2. Dire se esistono due ideali I e J in \mathbb{Z} , $I \neq (0)$, $J \neq (0)$, I primo e tali che $I + J$ sia massimale.
3. Fattorizzare in fattori irriducibili in $\mathbb{Z}[X]$ il polinomio $5X^5 + 10X^4 + 15X + 30$.