Ingegneria Edile-Architettura
22/1/2019

Analisi Matematica 1

Cognome: ____________________
Nome: ____________________

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia $z = 4 + 2i$ e $C = \mathrm{Im}\left(\frac{2z}{z-2} + \mathrm{Re}(z) + z\bar{z} + z - \bar{z}\right)$. Allora $C =$ 3 . | 3 pt.

2. Sia
$$I = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x^2)}{x^2+1} + \frac{1-\cos x - \mathrm{e}^x + 1 + x}{x\sin(x^2)}\right).$$
Allora $6I =$ -1 . | 3 pt.

3. Sia $f(x) = \frac{\sin x + 2}{x^2+1} + 2x + 2$ e sia t la retta tangente ad f in $(0, f(0))$.
Allora $t(1) =$ 7 . | 3 pt.

4. Sia dato l'integrale definito
$$I = \int_0^1 \left(-6x^2\mathrm{e}^{-x^3} + x\mathrm{e}^{-x}\right)\,dx.$$
Allora $I =$ -1 . | 3 pt.

5. Sia
$$l := \lim_{n\to\infty}\left(\frac{5\sin n}{n^3} + \frac{2n^4 - 13n + \arctan(n)}{n^3 - n^4 - 3\log(n^5)}\right).$$
Allora $l =$ -2 . | 3 pt.

6. Sia
$$f(x) = \frac{3\pi}{x^2+4} - \arctan(\mathrm{e}^x)$$
e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(\pi/2) =$ -2 . | 3 pt.

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2+4x}$, $x \in R$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona, F) convessa, G) concava, H) pari, I) assume massimo assoluto in $x = 2$.
La risposta è: **ABCDI** | 4 pt.

8. Enunciare il teorema di Fermat. 3 pt.

Soluzione:

9. Dato il parametro reale α e l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{x^\alpha + 2}{\sqrt{x-2}(x+1)x^{1/2}} \mathrm{d}x$, stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta: 5 pt.

(a) Per ogni α l'integrale diverge a $+\infty$

(b) Per ogni α l'integrale diverge a $-\infty$

(c) L'integrale converge solo per $\alpha > 2$

(d) L'integrale converge solo per $\alpha > 1$

✔ (e) L'integrale converge solo per $\alpha < 1$