Ingegneria Civile-Amb./Edile-Arch. Analisi Matematica 1 Cognome: ____________________
27/1/2023 Nome: ____________________

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta $\geq 18$ e se il punteggio della prima parte $\geq 12$. Il tempo a disposizione è 2 ore.

## PRIMA PARTE

**1.** Sia $z = 1 + 2i$ e $C = \operatorname{Im}\left(\dfrac{z+3}{\bar{z}+3}\right)$. Allora $5C =$ ____4____ . (3 pt.)

**2.** Sia

$$\ell = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\log(x^2+1)}{x(\sqrt{1+x}-1)} + \frac{\arctan(1/x)}{\log(x)} + \frac{2\sqrt{x}+x^2}{3x^2+x^{1/2}}\right).$$

Allora $\ell =$ ____4____ . (3 pt.)

**3.** Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^1 \left((x-1/2)\cos(\pi(x-1/2)) + \pi x \sin(\pi x) + 2\right)\, dx.$$

Allora $I =$ ____3____ . (3 pt.)

**4.** Sia $f(x) = \dfrac{x\log x - 1}{x^2}$ e sia $t$ la retta tangente ad $f$ in $(1, f(1))$.
Allora $t(5) =$ ____11____ . (3 pt.)

**5.** Sia

$$f(x) = \frac{x+30}{x+10}$$

e sia $g$ la funzione inversa di $f$. Allora $g'(3) =$ ____$-5$____ . (3 pt.)

**6.** Sia

$$\ell := \lim_{n\to\infty}\left(\frac{\cos(1/n^2)-1}{\log(1-1/n^2)+1/n\sin(1/n)} + \frac{n^2+\log(n)+\sin(n)}{n^3+n^2+1}\right).$$

Allora $4\ell =$ ____3____ . (3 pt.)

## SECONDA PARTE

**7.** Sia $f(x) = x\,e^{\frac{1-x}{x}}$. Quali delle seguenti proprietà ha $f$ nel suo dominio? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona, F) convessa, G) concava, H) ha un minimo locale
La risposta è: ____**ABH**____ (4 pt.)

**8.** Enunciare il teorema del valor medio di Lagrange. 3 pt.

*Soluzione*:

**9.** Stabilire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ converge l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{(x+1)\sin^{\alpha}(x)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta: 5 pt.

(a) L'integrale diverge a $+\infty$

(b) L'integrale converge se e solo se $\alpha > -1/2$

(c) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 3/2$

(d) L'integrale converge se e solo se $\alpha \geq -1/2$

(e) L'integrale converge se e solo se $\alpha < -1/2$