

In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta  $\geq 18$  e se il punteggio della prima parte  $\geq 12$ . Il tempo a disposizione è 2 ore.

**PRIMA PARTE**

1. Sia  $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1} - \log(2x-3)$  e sia  $t$  la retta tangente ad  $f$  in  $(2, f(2))$ .

Allora  $t(5) = \underline{\hspace{2cm} -9 \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

2. Sia

$$l := \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\cos(n^{-1}) - 1 + \sin(n^{-2})}{\log(1 + n^{-1})} + \frac{e^{1/n} - \log(1 + n^{-1}) - 1}{\sin(n^{-2})} \right).$$

Allora  $l = \underline{\hspace{2cm} 1 \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

3. Sia, per  $x > e^{-2}$ ,

$$f(x) = \frac{\log(x) - 3}{\log(x) + 2}$$

e sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ . Allora  $g'(-3/2) = \underline{\hspace{2cm} 4/5 \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{\arctan(x) \cos(x)}{x^2 + 1} + \frac{2 \cos(x)}{1 + \sin^2(x)} + 3 \right) dx.$$

Allora  $I = \underline{\hspace{2cm} 4\pi \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

5. Sia  $z = 1 - 4i$  e  $C = \text{Im}(z\bar{z} + 2) + 10\text{Re}\left(\frac{z + 8i}{z + i}\right) + 17\frac{\bar{z}}{|z|^2}$ . Allora  $C = \underline{\hspace{2cm} -10 + 4i \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

6. Sia

$$\ell = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\arctan(x)}{x^3 + 2x} + \frac{e^{-2x} + e^{-x}}{\sin(e^{-x})} + \frac{\log(x) - \log(x^3) + \arctan(x)}{-\log(x) + \cos(x)} \right).$$

Allora  $\ell = \underline{\hspace{2cm} 3 \hspace{2cm}}$ .

3 pt.

**SECONDA PARTE**

7. Sia  $f(x) = \log(x) - \arctan(x-1)$ ,  $x \in (0, +\infty)$ . Quali delle seguenti proprietà ha  $f$ ? A) sup. limitata, B) convessa, C) continua, D) derivabile, E) ha un massimo locale, F) inf. limitata, G) ha un minimo locale, H) monotona, I) concava

La risposta è:   **CDEG**  

4 pt.

8. Enunciare il teorema di Fermat.

*Soluzione:*

3 pt.

9. Dato l'integrale improprio  $I = 2 \int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x} dx$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

- (a) L'integrale diverge a  $+\infty$
- (b) L'integrale converge a  $1/4$
- (c) L'integrale converge a  $0$
- (d) L'integrale diverge a  $-\infty$
- (e) L'integrale converge a  $1/2$