Ingegneria Civile-Amb./Edile-Arch. 29/6/2022 | Analisi Matematica 1 | Cognome: ______ Nome: ______

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia $z = 5 + 2i$ e $C = \mathrm{Im}\left(\frac{z}{z-5} + \mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}z + z\bar{z} + |z|^2 + \frac{i}{2}\right)$. Allora $C =$ -2 . 3 pt.

2. Sia

$$l = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{x\sin(8x)}{\sin^2(2x)\cos(x)} + \frac{\sin^4(x)}{x^3} + \frac{2\log(x+1)+2e^x+2}{x^3+x^2-2e^x}\right).$$

Allora $l =$ 0 . 3 pt.

3. Sia $f(x) = \frac{3}{x+1} + \sin(3x^2) + \pi x$ e sia t la retta tangente ad f in $(0, f(0))$.
Allora $t(2) =$ $2\pi - 3$. 3 pt.

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^{\pi} \sin^5(x - \pi/2) + x^2\cos(x^3)\,dx.$$

Allora $3I =$ $\sin(\pi^3)$. 3 pt.

5. Sia

$$\ell := \lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\left(\log\left(1+\frac{3}{n}\right)\right)}{e^{1/n} - 3^{1/n}}.$$

Allora $\ell =$ $3/(1-\log(3))$. 3 pt.

6. Sia

$$f(x) = \frac{\log(x)-3}{\log(x)+2}$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(-3/2) =$ $4/5$. 3 pt.

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$, $x \in \mathbf{R}$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona, F) ha un asintoto orizzontale, G) concava, H) convessa, I) assume minimo assoluto in $x = 0$.
La risposta è: **ABCF**

3 pt.

8. Enunciare il criterio del confronto per gli integrali impropri su $[1, +\infty)$.

4 pt.

9. Dato l'integrale improprio $I = 3\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+3)}dx$, stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

(a) L'integrale diverge a $+\infty$
(b) L'integrale diverge a $-\infty$
(c) L'integrale converge e $I = \log(3)$
(✔) L'integrale converge e $I = \log(4)$
(e) L'integrale vale 0.