

□ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta  $\geq 18$  e se il punteggio della prima parte  $\geq 12$ . Il tempo a disposizione è 2 ore.

**PRIMA PARTE**

1. Trovare l'area della regione di piano complesso  $A = \{z \in \mathbf{C} : |Re(z)| + |Im(z)| \leq 5\}$ .

$A =$  50 .

3 pt.

2. Sia

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( x e^{1/x} + \frac{4x \sin(3x)}{3 \sin^2(2x)} + \frac{6e^{-x^2/2} - 6 \cos(x)}{x^4} \right).$$

Allora  $\frac{2\ell}{3} =$  1 .

3 pt.

3. Sia  $f(x) = \frac{1}{x+1} - \arctan(x) + e^{-x} + 1$ . Sia  $t$  la retta tangente ad  $f$  in  $(0, f(0))$ . Allora  $t(1) =$  0

3 pt.

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^{\sqrt{5}} \left( (4+x^2)^{1/2} x + 2|x - \sqrt{5}| - \sqrt{5} \right) dx.$$

Allora  $3I =$  19 .

3 pt.

5. Sia per  $x > 0$

$$f(x) = \log \left( \frac{x+3}{x^2+1} \right)$$

e sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ . Allora  $\frac{25}{g'(0)} =$  -15 .

3 pt.

6. Sia

$$\ell := \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n+2} - \sqrt{n-2} + \left( \frac{n}{n+2} \right)^n \right).$$

Allora  $\frac{1}{\ell} =$   $e^2$  .

3 pt.

**SECONDA PARTE**

7. Sia  $f(x) = \sin(\arctan(x))$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . Quali delle seguenti proprietà ha  $f$ ? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona, F) convessa, G) concava, H) ha minimo assoluto, I) periodica.  
La risposta è:   **ABCDE**

4 pt.
-------

8. Enunciare il teorema del valor medio di Lagrange.  
*Soluzione:*

3 pt.
-------

9. Dato il parametro reale  $\alpha$  e l'integrale improprio  $I = \int_0^{+\infty} \left( \frac{e^{\alpha x}}{x^4 + 1} + xe^{\alpha x} \right) dx$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.
-------

- (a) Per ogni  $\alpha$  l'integrale diverge a  $+\infty$
- (b) L'integrale converge solo per  $\alpha < 0$
- (c) L'integrale converge solo per  $\alpha \leq 0$
- (d) L'integrale converge solo per  $\alpha > 0$
- (e) L'integrale converge solo per  $\alpha \geq 0$