Note all'esercitazione del 29/11/19 (e del 27/11/19)

Note Title 11/29/2019

Parte prima teoria (per la sezione B)

CAMBIO DI VARIABILI

$$\int_1^2 \frac{1}{t}\,dt \overset{T.B.}{=} \lg|2| - \lg|1| = \lg 2, \quad a\neq 1 \int_1^2 \frac{1}{t^a}\,dt = \frac{1}{1-a}\left(2^{1-a} - 1^{1-a}\right) =$$

$$= \frac{1}{1-a}\left(2^{1-a} - 1\right)$$

$$\int_1^2 \frac{1}{3s+1}\,ds = \lg \sqrt[3]{\frac{7}{4}}, \quad \frac{1}{z+1}, \quad \frac{1}{x} \overset{x>0}{=} (\lg x)'$$

$$(\lg(3s+1))' = 3 \cdot \frac{1}{3s+1} \quad : \quad \frac{1}{3s+1} = \left(\frac{1}{3}\lg(3s+1)\right)'$$ abbiamo isolato $3s+1$

e la si è considerata come variabile di integrazione e quindi e quindi si è usata la regola della derivata per una funzione composta: G ed f derivabili

$$(*) \quad \left[G(f(t))\right]' = \frac{d}{dt}\left[G(f(t))\right] = \frac{dG}{dx}(f(t)) \cdot \frac{df}{dt}(t) =$$
$$x = f(t)$$

$$= \frac{dG}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \qquad \text{Se } f \in C^1[a,b], \; g \in C[a,b]$$

$$\int_a^b g(f(t))\, f'(t)\, dt$$

usiamo due volte T.B.: $\exists G \;\; G' = g$ su $[a,b]$

e.g. $G(x) = \int_a^x g(y)\, dy$

e quindi dalla regola per la der. di funz. comp.

$(\ast)$ si ha

$$\int_a^b g(f(t))f'(t)\,dt \overset{\star}{=} \int_{f(a)}^{f(b)} g(x)\,dx = G(f(b)) - G(f(a))$$

NOTA: non è detto che f sia iniettiva, può essere $f(b) < f(a)$

e.g.

$$\int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{3t+1}} = \boxed{\frac{1}{3}}\int_1^2 \frac{\boxed{3}\,dt}{\sqrt{3t+1}} =$$

$f'(t)$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-1/2}$$

"$dx = f'(t)\cdot dt$"

$$x = f(t) \qquad f(t) = 3t+1$$

$$\overset{\star}{=} \int_{f(1)}^{f(2)} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_4^7 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{7} - 4$$

A livello di primitive se G e f sono derivabili su un intervallo ($G' = g$)

* si scrive

INSIEME DELLE PRIMITIVE $\longrightarrow$ $\int g \cdot f \cdot f' = G \cdot f + c$ (su un intervallo)

notare sia la somiglianza con la regola di sostituzione sia la differenza nelle ipotesi

es. $\int \frac{dt}{t} = \begin{cases} \log t + c & t > 0 \\ \log(-t) + d & t < 0 \end{cases}$

cf. domanda 3 TEST PRIMO FOGLIO IX